LÊ VĂN THÔNG

Giải toán
TỰ LUẬN VÀ TRẮC NGHIỆM
DAO ĐỘNG & SÓNG CƠ HỌC
12

- DÙNG CHO HỌC SINH LỚP 12
- ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

- BÀI TẬP MẪU
- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
- BÀI TẬP CÙNG DẠNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ VĂN THÔNG

GIẢI TOÁN TỰ LUẬN VÀ TRẮC NGHIỆM
DAO ĐỘNG
& SÓNG CƠ HỌC

Dành cho học sinh 12 luyện thi tốt nghiệp THTP

(Theo tinh thần tuyển sinh mới)

- PHƯƠNG PHÁP GIẢI
- BÀI TẬP MẪU
- BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM
- BÀI TẬP CÙNG DẠNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

VẤN ĐỀ 1

ĐẠI CƯƠNG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. LÍ THUYẾT TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa

Dao động cơ học điều hòa là chuyển động của một vật mà li độ biến đổi theo thời gian theo định luật dạng sin: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ hoặc cosin: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ trong đó A, ω, φ là những hằng số.

- $A > 0$: biên độ (đơn vị cm hoặc m)
- $\omega > 0$: là tần số góc (đơn vị rad/s)
- $\omega t + \varphi$: pha của dao động tại thời điểm t (đơn vị rad)
- φ: pha ban đầu ứng với $t = 0$ (đơn vị rad)

2. Chu kì T

Là khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái dao động lặp lại như cũ, tức là khoảng thời gian vật thực hiện xong một dao động.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{t}{N} \text{ (T đo bằng giây)} \qquad (1)$$

3. Tần số f

Là số dao động mà hệ thực hiện trong 1 giây.

$$f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{ (Đơn vị của f là Hz)} \qquad (2)$$

4. Phương trình vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa

a) Vận tốc: $v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$

b) Gia tốc: $a = v' = x'' = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$

5. Biểu thức độc lập với thời gian

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 ;\ v = \pm\,\omega\sqrt{A^2 - x^2}\ ;\ a = -\omega^2 x \qquad (3)$$

6. Chú ý

$* \ x = 0 \Rightarrow v = \pm\,\omega A \Rightarrow |v|_{max} = \omega A$

$* \ x = \pm\,A \Rightarrow v = 0$

II. PHƯƠNG PHÁP

1. Xác định biên độ: đại lượng dương nhân với hàm sin.

2. Xác định tần số góc: đại lượng dương nhân với t.

3. Xác định pha ban đầu: đại lượng không chứa t trong số đối của hàm sin.

4. Xác định x cho v (hoặc xác định v cho x) dùng công thức (3).

5. Xác định x, v, A vào thời điểm t_1. Thay t_1 vào công thức tương ứng.

6. Xác định t cho x hoặc v: Giải phương trình lượng giác.

a) $\sin a = \sin\alpha \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \alpha + k2\pi \\ a = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad k \in Z$

b) $\cos a = \cos\alpha \Rightarrow a = \pm\,\alpha + k2\pi \quad k \in Z$

c) $\mathrm{tg}a = \mathrm{tg}\alpha \Rightarrow a = \alpha + k\pi$

III. BÀI TẬP MẪU

1. Chuyển động của một vật được biểu diễn bởi phương trình chuyển độ
$x = 10\sin\pi t$ (cm), t tính ra giây.

a) Viết biểu thức vận tốc.

b) Tìm li độ và gia tốc vận tốc $v = -100\pi$ (cm/s).

c) Tìm pha dao động ứng với li độ 5cm.

Giải

a) Viết biểu thức vận tốc:

$$v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow v = 10.20\pi.\cos(20\pi t) = 200\pi\cos(20\pi t) \text{ cm/s.}$$

b) Tìm li độ và gia tốc khi $v = -100\pi$ (cm/s)

$$x = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \pm\sqrt{10^2 - \left(\frac{100\pi}{20\pi}\right)^2} = \pm\,5\sqrt{3}\text{ cm.}$$

$$a = -\omega^2 x = 400\pi^2.\,(5\sqrt{3}) \approx \pm\,34{,}6.10^{-3}\text{cm/s}^2 = 34{,}6\text{m/s}^2.$$

c) Tìm pha dao động:

$$x = 10\sin 20\pi t = 5 \Rightarrow \sin 20\pi t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 20\pi t = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 20\pi t = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

Vậy pha dao động là: $\left(\frac{\pi}{6} + k2\pi\right)$ hoặc $\left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right)$.

2. Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình:

$$x = 2\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

a) Tìm vị trí của chất điểm tại đó:

– Vận tốc đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

– Gia tốc đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

b) Tìm thời điểm mà chất điểm qua vị trí M có tọa độ x = 1,73cm theo chiều âm lần thứ hai.

Giải

a) Phương trình vận tốc:

$$v = x' = 4\pi\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm/s}$$

$$\Rightarrow -4\pi\text{cm/s} \le v \le 4\pi\text{cm/s}$$

$$v_{min} = -4\pi\ (\text{cm/s});\ v_{max} = 4\pi\ (\text{cm/s})$$

Li độ khi v_{min}, v_{max}:

$$x_m = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \pm\sqrt{2^2 - \left(\frac{\pm 4\pi}{2\pi}\right)^2}$$

Phương trình gia tốc: $a = x'' = -8\pi^2\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = -8\pi^2\ (\text{cm/s}^2)$

$$\Rightarrow \quad -8\pi^2 \le a \le 8\pi^2\ (\text{cm/s}^2)$$

$$a_{max} = 8\pi^2\ (\text{cm/s}^2)$$

$$a_{min} = -8\pi^2\ (\text{cm/s}^2)$$

Khi đó li độ: $x_{min} = \dfrac{a_{min}}{-4\pi^2} = \dfrac{-8\pi^2}{-4\pi^2} = 2\text{cm}$

$$x_{max} = \frac{a_{max}}{-4\pi^2} = \frac{8\pi^2}{-4\pi^2} = -2\text{cm}$$

b) $x = 1{,}73 \approx \sqrt{3}\ \text{cm} \Leftrightarrow \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = \frac{1}{6} + k \end{array}\right. k \in Z \quad (1)$$

Do chất điểm qua M lần hai theo chiều âm nên: $t \in (T, 2T)$

Với $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 1\text{s} \Rightarrow t \in (1, 2)$; Từ (1) suy ra: $t = \dfrac{1}{6} + 1 = \dfrac{7}{6}$ (s).

3. Cho dao động điều hòa: $x = 8\sin\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)$, x tính bằng cm và t tính bằng giây.

a) Tính giá trị cực đại của vận tốc.

b) Tính giá trị cực đại của gia tốc.

c) Tính li độ của vật tại thời điểm t = 0 và t = 0,25s.

Giải

Ta có $x = 8\sin\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)\text{cm} \Rightarrow v = 8.\pi.\cos\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)\text{cm/s}$

a) Vận tốc cực đại: $|v_{max}| = 8\pi\text{cm/s}$

b) Gia tốc: $a = -\omega^2 x \Rightarrow |a|_{max} = \omega^2 A \Leftrightarrow x = \pm A$

$|a|_{max} = \pi^2.6 \approx 60\text{cm/s}^2$.

c) Xét thời điểm $t = 0 \Rightarrow x = 8\sin\frac{\pi}{4} = 4\sqrt{2}$ cm

$$t = 0{,}25\ (s) \Rightarrow x = 8\sin\left(\pi.0{,}25 + \frac{\pi}{4}\right) = 8\text{cm}$$

4. a) Cho biết chuyển động sau đây có phải là dao động điều hòa không:

$$x = 4\sin^2\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)\ (\text{cm})$$

b) Nếu là dao động điều hòa. Hãy xác định biên độ, tần số góc và pha ban đầu của dao động.

Giải

a) Ta có: $x = 4\sin^2\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right) = 4\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\right]$

$$= 2 - 2\sin(2\pi t + \pi) = 2 + 2\sin 2\pi t\ (\text{cm})$$

Đặt $X = x - 2 = 2\sin 2\pi t$ (cm). Vậy vật dao động điều hòa.

b) Vị trí cân bằng có tọa độ: x = 2cm

Biên độ A = 2cm, tần số $\omega = 2\pi\text{rad/s}$

Pha ban đầu $\varphi = 0$.

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một chất điểm dao động với phương trình: $x = 5\sin(-4\pi t)$ cm. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng.

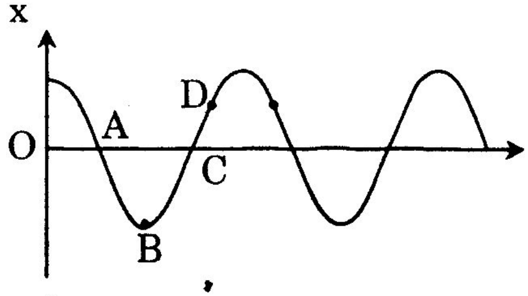
A. Biên độ 5cm; chu kì 0,5s; pha ban đầu bằng 0.

B. Biên độ 5cm; tần số 4πrad/s; pha ban đầu bằng 0.

C. Biên độ 5cm; tần số –4πrad/s; pha ban đầu bằng 0.

D. Biên độ 5cm; tần số Hz; pha ban đầu bằng ± π.

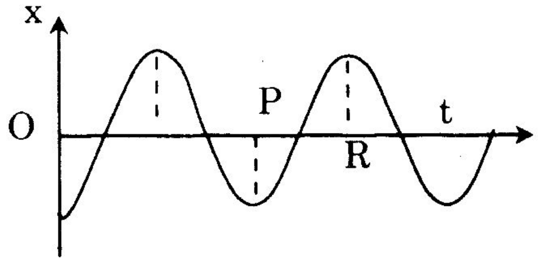
2. Đồ thị trên hình biểu thị sự phụ thuộc của li độ của một chất dao động điều hòa vào thời gian. Ở điểm nào trong các điểm A, B, C D hướng chuyển động của chất điểm và hướng của gia tốc trùng nhau.



A. Điểm A. B. Điểm B.

C. Điểm C. D. Điểm D.

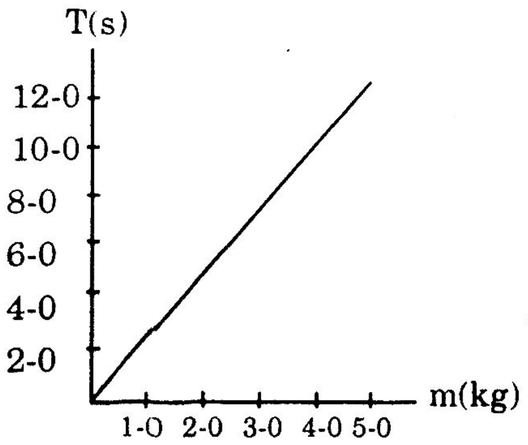
3. Đồ thị trên hình biểu thị sự phụ thuộc của li độ của một chất điểm dao động điều hòa vào thời gian. Độ dài đoạn PR trên trục thời gian biểu diễn gì?



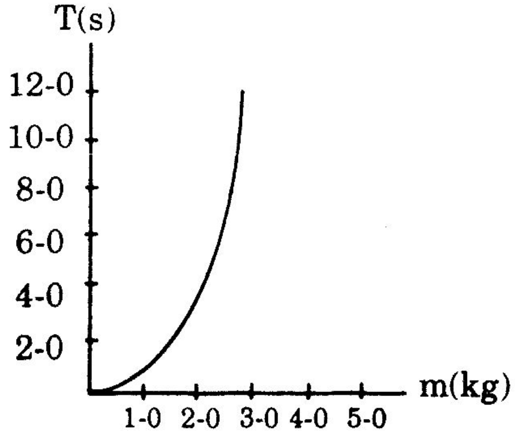
A. Một phần hai chu kì. B. Một phần hai phân số.

C. Một phần hai bước sóng. D. Hai lần chu kì.

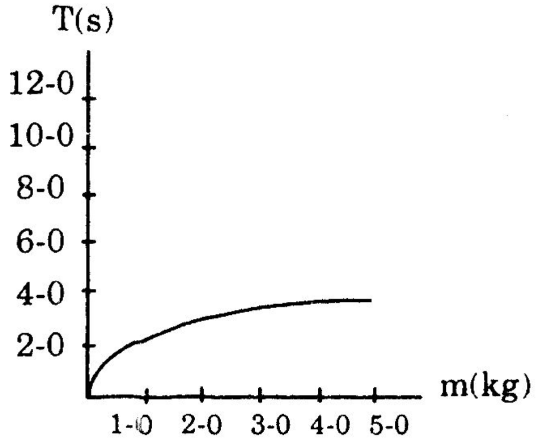
4. Chu kì dao động của một vật nặng được treo vào một lò xo thẳng đứng được cho bởi: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, với T (s), m (kg), k (N/m). Đồ thị nào sau đây thể hiện đúng nhất mối liên hệ giữa T và m:



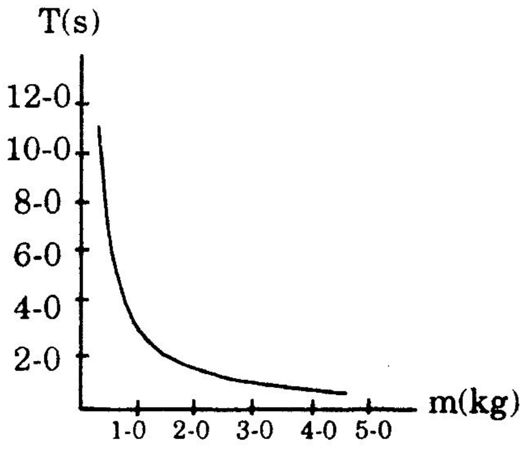
A



B



C



D

5. Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình: $x = -4\cos 10\pi t$ (cm). Phương trình vận tốc của chuyển động nào sau đây đúng?

A. $v = 40\sin 10\pi t$ (cm/s) B. $v = -40\pi\sin 10\pi t$ (cm/s)

C. $v = -40\pi\sin(10\pi t + \pi)$cm/s D. $v = 4\cos 10\pi t$cm.

6. Phương trình dao động điều hòa của một vật:

$x = 1 + 3\sin\left(6.\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$cm. Biên độ, tần số, vị trí ban đầu của vật là:

A. Biên độ: 3cm; tần số: 3Hz; vị trí ban đầu: $-\frac{\pi}{6}$

B. Biên độ: 4cm; tần số: 6π (s^{-1}); vị trí ban đầu: –0,5cm

C. Biên độ: 3cm; tần số: 3Hz; vị trí ban đầu: –0,5cm

D. Biên độ: 3cm; tần số: 3Hz; vị trí ban đầu: 1cm.

7. Một con lắc dao động giữa hai điểm cách nhau 10cm và cứ 0,5s lại đi qua trung điểm. Phương trình dao động là:

A. $x = 5\sin 2\pi t$cm B. $x = 10\sin 4\pi t$cm

C. $x = 5\sin 4\pi t$cm D. $x = 10\sin 2\pi t$cm

8. Đưa một vật M ra khỏi vị trí cân bằng 10cm rồi thả cho dao động không vận tốc đầu. Chu kì dao động đo được $T = 2\frac{\pi}{3}$ (s). Chọn gốc thời gian là lúc thả vật. Phương trình dao động của vật là:

A. $x = 10\cos 3t$ (cm) B. $x = 0{,}1\sin 3t$ (m)

C. $x = 10\sin\left(2\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$cm D. $x = 10\sin\left(2\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$cm

9. Một vật nặng có khối lượng m = 100g, gắn vào một lò xo khối lượng không đáng kể, đầu kia treo vào một điểm cố định. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số $f = \frac{10}{\pi}$Hz. Trong quá trình dao động độ dài của lò xo lúc ngắn nhất là 40cm, lúc dài nhất là 44cm. Phương trình dao động của vật? Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

A. $x = 2\sin 20t$ (cm) B. $2\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm

C. $x = 4\sin 20t$ (cm) D. $x = 2\sin(20t + \pi)$cm.

10. Điều nào sau đây là đúng khi nói về dao động điều hòa của một chất điểm?

A. Khi chất điểm đi qua vị trí cân bằng, nó có vận tốc cực đại, gia tốc cực tiểu.

B. Khi chất điểm qua vị trí cân bằng, nó có vận tốc cực đại, gia tốc cực đại.

C. Khi chất điểm qua vị trí biên, nó có vận tốc cực tiểu, gia tốc cực tiểu.

D. Khi chất điểm qua vị trí biên, nó có vận tốc cực đại, gia tốc cực đại.

11. Vận tốc của một vật dao động điều hòa $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ có độ lớn cực đại khi nào?

A. Khi $t = 0$ B. Khi $t = \frac{T}{4}$

C. Khi $t = T$ D. khi một vật qua vị trí cân bằng

12. Một vật khối lượng m, gắn vào một lò xo có hệ số đàn hồi k, có tần số riêng là:

A. $f = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ B. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

C. $f = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$ D. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

13. Một chất điểm dao động điều hòa quanh điểm cân bằng O. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng:

1) Chuyển động ra xa O là chậm dần, chuyển động về O là nhanh dần.
2) Chuyển động ra xa O là nhanh dần, chuyển động về O là chậm dần.
3) Chất điểm chuyển động nhanh nhất khi qua O.

A. Chỉ 1 và 2 B. Chỉ 1 và 3.

C. Chỉ 2 và 3 D. Không câu nào đúng.

V. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: D. Biên độ 5cm; tần số 2Hz; pha ban đầu bằng ± π.
2. Đáp án: D. Điểm D.
3. Đáp án: A. Một phần hai chu kì.
4. Đáp án: C.
5. Đáp án: C. $v = -40\pi\sin(10\pi t + \pi)$cm/s
6. Đáp án: C. Biên độ 3cm; tần số 3Hz; vị trí ban đầu –0,5cm
7. Đáp án: A. $x = 5\sin 2\pi t$cm
8. Đáp án: A. $x = 10\cos 3t$ (cm)
9. Đáp án: A. $x = 2\sin 20t$ (cm)
10. Đáp án: A. Khi chất điểm qua vị trí cân bằng, nó có vận tốc cực đại, gia tốc cực tiểu.
11. Đáp án: D. Khi một vật qua vị trí cân bằng.
12. Đáp án: D. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
13. Đáp án: B. Chỉ 1 và 3.

VI. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. (ĐH Chính quy - 2001)

Một vật dao động điều hòa với phương trình dao động:

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Xác định tần số góc ω và biên độ A của dao động. Cho biết: trong khoảng thời gian $\frac{1}{60}$ s đầu tiên, vật đi từ vị trí $x_0 = 0$ đến vị trí $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương và tại thời điểm cách vị trí cân bằng 2cm vật có vận tốc $40\pi\sqrt{3}$ (cm/s).

Giải

Phương trình dao động điều hòa tổng quát có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$\Rightarrow v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Thời điểm t = 0, x = 0 $\Rightarrow 0 = A\sin\varphi$. Vì vật chuyển động theo chiều dương nên $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$.

Xét $t = \frac{1}{60}$ s, $x = x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$, $v = v_1 > 0$

$$\begin{cases} \frac{A\sqrt{3}}{2} = A\sin\frac{\omega}{60} \\ v_1 = A\omega\cos\frac{\omega}{60} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\frac{\omega}{60} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\frac{\omega}{60} > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega}{60} = \frac{\pi}{3} + 2K\pi \quad (K \in Z)$$

Vì là thời điểm đầu tiên nên: $\omega = 20\pi$ (rad/s)

Từ (1) và (2), suy ra: $A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

Thay số: $A^2 = 2^2 + \left(\frac{40\pi\sqrt{3}}{20\pi}\right)^2 = 16 \Rightarrow A = 4$cm

2. Chuyển động của một vật được biểu diễn bởi phương trình chuyển động : $x = 10\sin 20\pi t$ (cm), t tính ra giây.

a) Viết biểu thức vận tốc.

b) Tìm li độ và gia tốc khi vận tốc $v = -100\pi$ (cm/s).

c) Tìm pha dao động ứng với li độ 5cm.

Giải

a) Viết biểu thức vận tốc:

Phương trình dao động điều hòa tổng quát có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

$v = 10.20\pi.\cos(20\pi t) = 200\pi\cos(20\pi t)$cm/s

b) Tìm li độ và gia tốc khi $v = -100\pi$ (cm/s)

Từ (1) và (2), suy ra:

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$$

$$x = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \pm\sqrt{10^2 - \left(\frac{100\pi}{20\pi}\right)^2} = \pm\, 5\sqrt{3}\text{ cm.}$$

$$a = -\omega^2 x = 400\pi2.(\pm 5\sqrt{3}) \approx \pm\, 34{,}6.10^3\text{cm/s}^2 = \pm\, 34{,}6\text{m/s}^2.$$

c) Tìm pha dao động:

$$x = 10\sin 20\pi t = 5 \Rightarrow \sin 20\pi t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 20\pi t = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 20\pi t = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

Vậy pha dao động là: $\left(\frac{\pi}{6} + k2\pi\right)$ hoặc $\left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right)$

3. Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình vận tốc:

$$v = 40\pi\cos 10 \text{ (cm/s)}$$

a) Viết phương trình li độ và phương trình gia tốc của dao động trên.

b) Tính li độ $x = x_1$ khi vật có vận tốc $v = 20\pi\sqrt{3}$ cm/s.

c) Tính giá trị x, v tại thời điểm $t = 0{,}1$ (s).

Giải

a) Xét phương trình dao động điều hòa tổng quát có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \quad v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Đề bài cho $v = 40\pi\cos 10\pi t$ (cm/s)

$\Rightarrow \omega = 10\pi$ (rad/s); $A\omega = 40\pi$ (cm/s)

$\Rightarrow A.10\pi = 40\pi \Rightarrow A = 10$cm

Pha ban đầu $\varphi = 0$.

$$x = 10\sin 10\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình gia tốc: $a = x'' = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi)$

$$a = -10.(10\pi)^2\sin 10\pi t \text{ (cm/s}^2) = -1000\pi^2\sin 10\pi t \text{ (cm/s}^2)$$

Từ (1) và (2), suy ra:

$$A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$$

b) Tính $x = x_1$ khi $v = 20.\pi.\sqrt{3}$ cm/s.

$$x = \pm\sqrt{10^2 - \left(\frac{20\pi\sqrt{3}}{10\pi}\right)^2} = \pm\ 9{,}4\text{cm/s}$$

c) Tính giá trị x, v tại thời điểm t = 0,1 (s)

$$x = 10\sin 10\pi t.0{,}1 = 0\ (\text{cm})$$

$$v = 40\pi\cos 10\pi.0{,}1 = -125{,}6\ (\text{cm/s})$$

4. Ứng với pha $\frac{\pi}{6}$ gia tốc của một vật dao động điều hòa có giá trị $a = -30\text{m/s}^2$. Tần số dao động là 5Hz. Tính biên độ dao động, li độ và vận tốc vật ứng với pha nói trên.

Giải

Phương trình gia tốc: $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi)$

Thay số: $-30 = -(2.\pi.5)^2.A\sin\frac{\pi}{6}$

$A \approx 0{,}06\text{m} = 6\text{cm}$

Phương trình dao động: $x = 6\sin(\omega t + \varphi)$

Tọa độ cần tìm: $x = 6\sin\frac{\pi}{6} = 3\text{cm}$

Vận tốc của vật: $v = \pm\ \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \pm\ 163\ (\text{cm/s})$

5. Cho dao động điều hòa: $x = 6\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$, x tính bằng cm và t tính bằng giây.

a) Tính giá trị cực đại của vận tốc và gia tốc, khi đó các li độ và thời điểm tương ứng là bao nhiêu?

b) Tính vận tốc trung bình khi vật chuyển từ vị trí $x = 3\sqrt{2}$ cm đến 6cm theo chiều dương.

Giải

a) $x = 6\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$cm

$\Rightarrow v = 6\pi.\cos\left(\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)$cm/s

- Vận tốc cực đại:

$|v_{max}| = 6.\pi\text{cm/s} \Rightarrow \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \pm\ 1$

$\Rightarrow \pi t + \frac{\pi}{4} = K.\pi\ (K \in N)$

$t = -\frac{1}{4} + K\ (= 1, 2, 3, ..., n)$

Tọa độ tương ứng x = 0

$\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

- Gia tốc: $a = -\omega^2 x \Rightarrow |a|_{max} = \omega^2 A \Leftrightarrow x = \pm A$

$|a|_{max} = \pi^2.6 \approx 60cm/s^2 \Leftrightarrow x \pm 6cm$

$\Rightarrow \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow \left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} + K.\pi$

$\Rightarrow t = \frac{1}{4} + K\ (K \in N)$

b) Xét thời điểm t = 0 $\Rightarrow x(0) = 6\sin\frac{\pi}{4} = 3\sqrt{2}$ cm

Theo câu a thời điểm đầu tiên vật có tọa độ x = 6cm là t = 0,25s.

Vận tốc trung bình cần tìm:

$$V_{tb} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{6 - 3\sqrt{2}}{0,25} = 7\ (cm/s)$$

VI. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình:

$$x = 4\sin 10\pi t\ (cm)$$

a) Viết biểu thức vận tốc, gia tốc của dao động trên.

b) Tính vận tốc v khi vật có tọa độ x = 2cm.

c) Tính giá trị x, v tại thời điểm t = 0,1 (s).

ĐS: a) $v = 40\pi\cos 10\pi t$ (cm/s); $a = -400\pi^2 \sin 10\pi t$ (cm/s^2)

b) $\pm 20.\pi.\sqrt{3}$ cm/s.

c) x = 0; v = −125,6cm/s.

2. Đối với pha 120^0 độ dời của chuyển động điều hòa là $\sqrt{3}$ cm. Tìm biê độ dao động và viết phương trình chuyển động nếu biết tần số là 5Hz.

ĐS: A = 2cm; x = 2.sin10πtcm.

3. Phương trình chuyển động có dạng:

$$x = 3\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 1\ (cm)$$

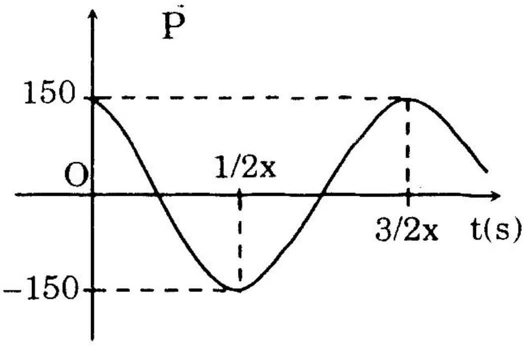
a) Mô tả chuyển động của vật.

b) Gốc thời gian được tính lúc vật đang ở đâu?

c) Trong giây đầu tiên vật qua vị trí x = 3cm mấy lần?

ĐS: a) A = 3cm; T = 0,4s; b) −0,5cm; c) 6.

4. Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox xung quanh vị trí cân bằng O, đồ thị gia tốc theo thời gian như hình.



a) Viết phương trình dao động của vật. (Cho $x^2 \approx 10$).

b) Tại thời điểm nào đó vật ở li độ $x = 0{,}75$cm. Hỏi sau đó $\frac{5}{6\pi}$ (s) vật ở li độ nào.

c) Biết vật dao động có khối lượng m = 0,8kg.

– Xác định cơ năng dao động của vật.

– Vẽ đồ thị động năng của vật theo thời gian.

ĐS: a) $x = 1{,}5\sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$; b) x = 0 hoặc $x = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$; c) 0,009J.

5. Xác định biên độ, tần số góc, pha ban đầu của các dao động ứng với các phương trình chuyển động:

a) $x_1 = 5\cos\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$cm b) $x_2 = \cos\pi t + \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$cm

c) $x_3 = \cos^2 t$cm d) $x_4 = 2\cos2\pi t + 2\sin2\pi t$.

ĐS: a) A = 5cm; ω = 1rad/s; $\varphi = \frac{\pi}{4}$rad.

b) $A = \sqrt{2}$ cm; ω = πrad/s; $\varphi = \frac{\pi}{4}$rad.

c) A = 0,5cm; ω = 2rad/s; φ = 0.

d) $A = 2.\sqrt{2}$ cm; ω = 2.π rad/s; $\varphi = \frac{\pi}{4}$rad.

6. Một vật dao động điều hòa với phương trình dao động: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$. Xác định tần số góc ω và biên độ A của dao động. Cho biết: trong khoảng thời gian $\frac{1}{60}$ s đầu tiên, vật đi từ vị trí $x_0 = 0$ đến vị trí $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương và tại điểm cách vị trí cân bằng 2cm vật có vận tốc $40\pi\sqrt{3}$ (cm/s).

ĐS: A = 4cm; ω = 20π (rad/s)

VẤN ĐỀ 2

CON LẮC LÒ XO

Loại 1. PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Tìm tần số góc: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \frac{|v|_{max}}{A} = \sqrt{\frac{|a|_{max}}{A}}$

2. Tìm biên độ:

Đề cho	*Phương pháp*	*Chú ý*
Tọa độ x, vận tốc v	$A = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$	Buông, thả v = 0
Vận tốc ở VTCB	$\lvert v\rvert_{max} = A\omega$	$x = 0 \Rightarrow v_{max}$
Chiều dài quỹ đạo	CD = 2A	(hình vẽ)
Lực hồi phục max	$\lvert F_{max}\rvert = KA$	$x = \pm A \Rightarrow v = 0$
Cơ năng E	$E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$	$E = E_t + E_d$
Gia tốc cực đại	$\lvert a\rvert_{max} = \omega^2 A$	

3. Chú ý: Con lắc lò xo treo thẳng đứng.

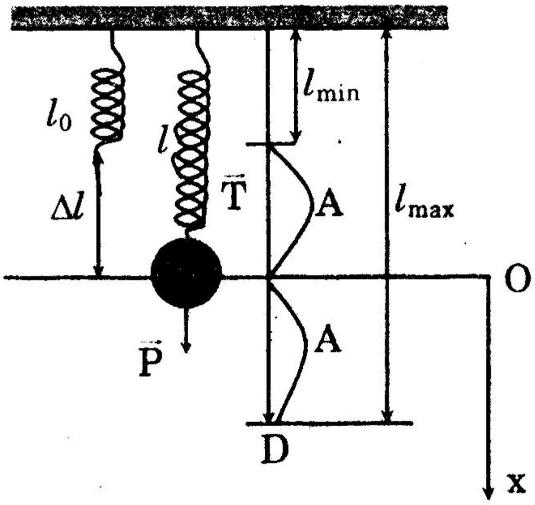
- l_0: chiều dài tự nhiên của lò xo
- l: chiều dài của lò xo ở VTCB
- $\Delta l = l - l_0$: độ biến dạng của lò xo ở VTCB
- Chiều dài CD = 2A = $l_{max} - l_{min}$

$$\Rightarrow A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2}$$

$$\left.\begin{matrix} l_{max} = l + A \\ l_{min} = l - A \end{matrix}\right\} \Rightarrow l = \frac{l_{max} + l_{min}}{2}$$

- Ở VTCB: $P = T_0 \Rightarrow mg = k\Delta l$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k}$$



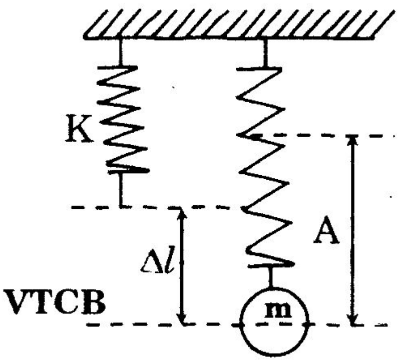
II. BÀI TẬP MẪU

1. Quả cầu khối lượng m = 100 gam treo vào lò xò độ cứng K dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, vận tốc có giá trị cực đại là 40πcm/s.

Chọn t = 0 là lúc quả cầu ở vị trí $x_0 = -2\sqrt{2}$ cm, đang đi theo chiều dương quỹ đạo và tại đó thế năng bằng động năng.

a) Lập phương trình dao động của quả cầu.

b) Tính giá trị cực đại của lực kéo và lực đẩy đàn hồi của lò xo. Lấy $g = 10m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.



Giải

- Ta có phương trình li độ $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$

Phương trình vận tốc: $v = x = \omega A.\cos(\omega t + \varphi)$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Cơ năng}: E = (E_d)_{max} \dfrac{1}{2} m.v^2_{max} \\ \text{Lúc } t = 0 : E = E_{t_0} + E_{d_0} = 2E_{t_0} = k.x_0^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2} m.v^2_{max} = kx_0^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{v^2_{max}}{2x_0^2}} = 10\pi \text{ (rad/s)}; v_{max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{40\pi}{10\pi} = 4cm$$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = A.\sin\varphi = 4\sin\varphi = -2\sqrt{2} \\ v_0 = \omega A.\cos\varphi > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình } x = 4.\sin\left(10\pi t - \frac{\pi}{4}\right) cm$$

b) Lực đẩy và lực kéo đàn hồi cực đại

$$k = m\omega^2 = 100N/m; \Delta l = \frac{mg}{k} = 0{,}01m = 1cm$$

$$\Rightarrow \left|T_{d_{max}}\right| = k(A - \Delta l) = 3 \text{ (N)}$$

$$|T_K|_{max} = k(\Delta l + A) = 100(0{,}01 + 0{,}04) = 5N$$

2. Quả cầu khối lượng m treo vào lò xo độ cứng k dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số f = 2,5Hz. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng O, chiều dương hướng xuống thì sau khi hệ bắt đầu dao động được 2s quả cầu ở tọa độ x = −1cm, đi theo chiều dương quỹ đạo với vận tốc $v = 5\pi\sqrt{3}$ cm/s.

a) Viết phương trình dao động.

b) Tìm m và k biết giá trị cực đại lực kéo đàn hồi của lò xo là 6N. Lấy $g = 10m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.

c) Tìm chu kì dao động.

Giải

a) Viết phương trình dao động: $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$

Ta có: $\omega = 2\pi f = 5\pi$ (rad/s) và $v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$

Lúc t = 2s $\Rightarrow x = A\sin\varphi = -1$ (1)

$\Rightarrow A.\cos\varphi = \sqrt{3}$ (2)

Giải (1) và (2) tìm được $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ và A = 2cm và viết được phương trình:

$$X = 2.\sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$$

b) Tìm m và k: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = 250m$ (3)

Từ $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T} \Rightarrow |T|_{max} = mg + kA$

$\Leftrightarrow 6 = 10m + k.0,02$ (4)

(3) và (4) $\Rightarrow$ m = 0,04kg và k = 100N/m.

c) Chu kì dao động: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2.3,14\sqrt{\frac{0,04}{100}}$

3. Một lò xo không khối lượng được treo thẳng đứng trong trọng trường $g = 10m/s^2$. Treo một quả cầu vào đầu dưới của lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Kéo quả cầu xuống dưới cách vị trí cân bằng 1cm, khi thả quả cầu người ta truyền cho nó một vận tốc $v_0 = 10\sqrt{\frac{5}{3}}$ cm/s theo chiều hướng xuống. Quả cầu dao động điều hòa.

a) Tính chu kì của dao động.

b) Viết phương trình dao động của quả cầu. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian t = 0 khi thả quả cầu.

c) Tìm vị trí tại đó động năng quả cầu bằng thế năng của nó.

Giải

a) Một lò xo K treo thẳng đứng, quả cầu m treo đầu dưới. Tại vị trí cân bằng

$$K\Delta l = mg \Rightarrow \frac{K}{m} = \frac{g}{\Delta l}$$

Vật dao động điều hòa với chu kì T và tần số $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{2.10^{-2}}} = \sqrt{5}.10\text{rad/s}$

Chu kì dao động $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}.10} = 0,28\text{s}$

b) Phương trình dao động: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

Tại t = 0

LC / 2199

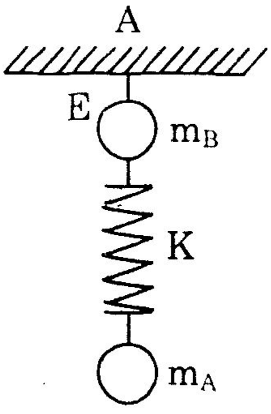
$$\left.\begin{array}{l} x_0 = 1 = A\sin\varphi \\ v_0 = 10\dfrac{\sqrt{5}}{3} = A\omega.\cos\varphi \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \sin\varphi > 0;\ x_0^2 + \dfrac{x_0^2}{\omega^2} = A^2 \\ \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{3};\ A = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\text{ cm.} \end{array}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\left(10\sqrt{5}t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

c) Vị trí đó động năng bằng thế năng:

$$E_d + E_t = E = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow x^2 + \frac{v^2}{\omega} = A^2$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}A^2 \Rightarrow x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{2}{3}\text{cm.}$$



4. Cho hệ dao động như hình vẽ. Biết $k = 100N/m$; $m_A = 0{,}1kg$; $m_B = 0{,}2kg$.

a) Tính độ biến dạng của lò xo khi hệ cân bằng.

b) Biết rằng với điều kiện trên chỉ có vật m_A dao động. Lấy trục Ox hướng xuống, O là vị trí cân bằng của vật. Thời điểm ban đầu kéo vật m_A xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn $x_0 = \sqrt{2}$ (cm) và truyền cho nó vận tốc $v_0 = 10\pi\sqrt{2}$ (cm/s) hướng xuống φ. Biết rằng đoạn dây AB không dãn, khối lượng của dây và lò xo không đáng kể. Lấy $g = 10m/s^2$; $\pi^2 \approx 10$.

+ Viết phương trình dao động của vật.

+ Chứng tỏ vận tốc của vật tại vị trí cân bằng không phụ thuộc việc chọn gốc tọa độ và thời gian.

c) Tìm điều kiện của biên độ dao động của vật m_A để vật m_B luôn đứng yên.

Giải

a) Độ biến dạng của lò xo khi m_A cân bằng:

$$\Delta l = \frac{m_A.g}{k} = \frac{0{,}1.10}{100} = 0{,}01m = 1cm$$

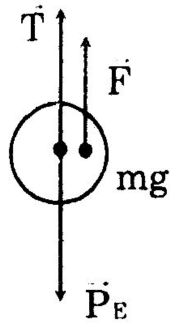
b) Phương trình dao động của m_A: $x = A.\sin(\omega t + \varphi)$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \text{ với } \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}1}} = 10\sqrt{10} \approx 10\pi \text{ (rad/s)}$$

$t = 0$; $x = x_0 = \sqrt{2}$ (cm); $v = v_0 = 10\pi\sqrt{2}$ (cm/s)

$$\begin{cases} \sqrt{2} = A\sin\varphi \\ 10\pi\sqrt{2} = A10\pi\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{4} \text{ (rad)} \\ A = 2 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$$x = 2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$



- Xét phương trình: $x = x_0 + A\sin(\omega t + \varphi) = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow |v_{max}| = A\omega$ không phụ thuộc việc chọn tọa độ gốc và thời gian.

c) Xét m_B: Vật chịu tác dụng của ba lực:

Trọng lực $\vec{P}_B$, lực đàn hồi $\vec{F}$, lực căng dây $\vec{T}$.

- Lò xo dãn biểu hiện m_B đứng yên.
- Xét lò xo nén $\Delta l'$:

Điều kiện để m_B đứng yên là: $\vec{P}_B + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P_B - T - K\Delta l' = 0$

Với $T \geq 0 \Rightarrow P_B \geq K\Delta l' \Rightarrow \Delta l' \leq \dfrac{m_B.g}{k} = \dfrac{0,2.10}{100} = 0,02\text{cm} = 2\ (\text{cm})$

Lò xo nén 2cm nên so với vị trí cân bằng độ dịch chuyển của m_A là:

$$\Delta l + \Delta l' = 3\ (\text{cm})$$

Vậy để m_B đứng yên, biên độ dao động của m_A phải nhỏ hơn hay bằng 3cm.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Dùng định luật Newton, F = ma, tìm xem phương trình nào sau đây là phương trình vi phân tương ứng với dao động điều hòa đơn giản?

A. $F = -Kx$

B. $\dfrac{dx}{dt} = -Kx$

C. $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{K}{m}x = 0$

D. $\dfrac{d^2x}{dt^2} - \dfrac{K}{m}x = 0$

2. Chọn câu chính xác nhất.

Trong phương trình tọa độ của dao động thẳng điều hòa:

$x = A\sin(\omega t + \varphi)$, với A, ω, φ là các hằng số. Ta có:

A. Đại lượng φ gọi là pha dao động.

B. Biên độ A không phụ thuộc vào ω và φ. Nó chỉ phụ thuộc vào tác dụng của ngoại lực kích thích ban đầu lên hệ dao động.

C. Đại lượng ω gọi là tần số dao động, ω không phụ thuộc vào các đặc điểm của hệ dao động.

D. Chu kì dao động được tính bởi $T = 2.\pi\omega$.

3. Chọn câu phát biểu chưa chính xác về dao động cơ điều hòa trong các câu sau:

A. Dao động điều hòa là chuyển động sinh ra do tác dụng của lực tỉ lệ với li độ.

B. Dao động điều hòa là chuyển động được lặp đi lặp lại giống hệt nhau sau những khoảng thời gian bằng nhau.

C. Dao động điều hòa là chuyển động mà phương trình tọa độ có dạng sin hay dạng cos của thời gian.

D. Dao động điều hòa là chuyển động của hình chiếu của vật chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo.

4. Biểu thức nào sau đây không phải là dạng tổng quát của tọa độ một vật dao động điều hòa đơn giản?

A. $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ (m) B. $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (m)

C. $x = A\sin\omega t$ (m) D. $x = A\sin\omega t + B\cos\omega t$ (m)

5. Một dao động điều hòa với biên độ 2cm, tần số 2Hz. Độ dài của quãng đường mà vật đi được trong khoảng thời gian 1s là:

A. 8cm B. 16cm C. 4cm D. 2cm.

6. Phương trình dao động của vật có dạng: $x = a\sin^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$cm.

Xác định biên độ của dao động đó.

A. 2cm B. 0,5cm C. 1cm D. 4cm

7. Cho dao động điều hòa: $x = 3\sin\left(\pi.t + \frac{\pi}{6}\right)$, x tính bằng cm và t tính bằng giây. Tính vận tốc trung bình khi vật di chuyển từ vị trí x = 1,5cm đến 3cm theo chiều dương.

A. 6cm/s B. 4,5cm/s C. 1,3cm/s D. 9cm/s

8. Một con lắc lò xo gồm một khối cầu nhỏ gắn vào đầu một lò xo, dao động điều hòa với biên độ 3cm dọc theo Ox, với chu kì 0,5s. Vào thời điểm t = 0, khối cầu qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Hỏi khối cầu có li độ x = + 1,5cm lần đầu tiên vào thời điểm nào?

A. 0,042s B. 0,167s C. 0,542s D. 0,208s

9. Một con lắc lò xo gồm một quả cầu có khối lượng 100g gắn vào đầu một lò xo có độ cứng k. Kéo quả cầu lệch khỏi vị trí cân bằng 5cm rồi buông cho dao động. Vận tốc cực đại của quả cầu là 2m/s. Tính k.

A. 4000N/m B. 16N/m C. 160N/m D. 1/16 (N/m)

10. Một vật dao động điều hòa với tần số 2,5Hz và có biên độ 0,020m. Vận tốc cực đại của nó bằng:

A. 0,314m/s B. 0,050m/s C. 0,125m/s D. 0,157m/s.

11. Một vật khối lượng m = 0,1kg dao động ở đầu một lò xo có hệ số đàn hồi k = 98,7N/m. Số dao động thực hiện được trong một giây là:

A. 5 B. 0,2 C. $20\pi^2$ D. $\frac{\pi^2}{20}$

12. Một chất điểm dao động điều hòa có phương trình dao động: $x = 10\sin 20t$ (cm). Vận tốc của chất điểm ứng với li độ 6cm là:

A. ± 1,6m/s B. 160cm/s C. ± 0,4m/s D. 0,4cm/s

13. Treo vào lò xo một vật có khối lượng m thấy nó bị kéo dãn, dài thêm 90mm. Dùng tay kéo vật xuống thấp theo phương thẳng đứng một đoạn dài 36mm rồi buông tay ra. Thời gian thực hiện 40 dao động toàn phần đo được là t = 24s. Lấy $\pi = 3{,}14$

Tính gia tốc trọng trường tại nơi thí nghiệm.

A. $g = 1{,}3\text{m/s}^2$ B. $g = 3{,}94\text{m/s}^2$

C. $g = 9{,}856\text{m/s}^2$ D. $g = 9{,}8\text{m/s}^2$

14. Một vật có khối lượng m = 200g treo vào lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng K = 200N/m. Vật dao động theo phương thẳng đứng với vận tốc cực đại $v_0 = 62{,}8$cm/s. Biên độ dao động của vật là:

A. 2cm   B. 62,8cm   C. 1cm   D. 4cm

15. Một vật khối lượng 2kg treo vào một lò xo có hệ số đàn hồi K = 5000N/m. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn 5cm rồi thả không vận tốc đầu thì vận tốc cực đại là:

A. 125cm/s   B. 2,5cm/s   C. 250cm/s   D. 0,01cm/s

VII. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: C. $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$

2. Đáp án: B. Biên độ A không phụ thuộc vào ω và φ. Nó chỉ phụ thuộc vào tác dụng của ngoại lực kích thích ban đầu lên hệ dao động.

3. Đáp án: B. Dao động điều hòa là chuyển động được lặp đi lặp lại giống hệt nhau sau những khoảng thời gian bằng nhau.

4. Đáp án: C. $x = A\sin\omega t$ (m)

5. Đáp án: B. 16cm

6. Đáp án: C. 1cm

7. Đáp án: B. 4,5cm/s

8. Đáp án: A. 0,042s

9. Đáp án: C. 160N/m

10. Đáp án: A. 0,314m/s

11. Đáp án: A. 5

12. Đáp án: A. ± 1,6m/s

13. Đáp án: C. $g = 9{,}8\text{m/s}^2$

14. Đáp án: A. 2cm

15. Đáp án: B. 2,5m/s

V. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Một lò xo nhẹ có hệ số đàn hồi K = 100N/m được đặt nằm ngang, mộ đầu giữ cố định, đầu còn lại được gắn với một chất điểm khối lượng m_1 = 0,5kg. Chất điểm m_1 được gắn với một chất điểm thứ hai có khối lượng m_2 = 0,5kg. Các chất điểm đó có thể dao động không ma sát trên trục x nằm ngang hướng từ điểm cố định giữ lò xo về phía các chất điểm m_1, m_2 Dịch chuyển hai chất điểm đi một đoạn 2cm khỏi vị trí cân bằng sao cho lò xo bị nén. Tại thời điểm t = 0 thả cho chúng dao động không có vận tốc ban đầu. Bỏ qua sức cản của môi trường.

a) Viết biểu thức tọa độ x của các chất điểm ở thời điểm bất kì, giả thiết chúng luôn gắn chặt với nhau. Lấy vị trí cân bằng của chúng làm gốc tọa độ.

b) Chỗ gắn hai chất điểm bị bong ra nếu lực kéo tại đấy đạt đến 1N Hỏi chất điểm m_2 có thể tách khỏi chất điểm m_1 không? Nếu có thì tách ở tọa độ nào? Viết phương trình dao động của chất điểm m_1 sau khi chất điểm m_2 tách khỏi nó. Mốc thời gian vẫn lấy như cũ.

ĐS: a) $x = -2\cos 10t$ (cm).

b) $x = 2$cm; $x = 2\sin(10\sqrt{2}\,t - 2{,}872)$cm với $t \geq \dfrac{\pi}{10}$ s.

2. Một vật có m = 400g được treo vào lò xo có hệ số đàn hồ k = 100N/m. Kéo vật rời khỏi vị trí cân bằng 2cm rồi truyền cho nó vận tốc đầu $v_0 = 15\sqrt{5}\,\pi$cm/s theo phương thẳng đứng. Lấy $\pi^2 = 10$.

a) Tính T, biên độ dao động của vật và vận tốc cực đại.

b) Viết phương trình dao động, chọn gốc thời gian là lúc vật ở vị tr thấp nhất, chiều dương hướng lên.

c) Vật qua vị trí cân bằng O vào thời điểm nào phân biệt những lần đ theo chiều dương và chiều âm.

ĐS: a) 0,4s; 7cm b) $x = 7\sin\left(5\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$cm

c) $t = 0{,}1 + 0{,}4K$ ($K \in Z$); $t = 0{,}3 + 4K$.

3. Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa theo phương nằm ngang Vận tốc cực đại của vật có độ lớn là 80π (cm/s). Chọn gốc tọa độ cùng vớ vị trí cân bằng. Tại thời điểm t = 0 vật qua vị trí có li độ x = –4cm, đang chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ Ox và khi đó động năng bằng 3 lần thế năng.

a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{1}{30}$ (s)

c) Tìm quãng đường đi được của vật trong khoảng thời gian 1/3 chu kì kể từ thời điểm ban đầu?

ĐS: a) $x = 8\sin\left(10.\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$; b) $a = -40m/s^2$; c) 12cm

4. Hòn bi có m = 200g gắn vào đầu lò xo dao động điều hòa với phương trình tọa độ là:

$$x = 4\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s). Lấy } \pi^2 = 10.$$

a) Tính cơ năng toàn phần của dao động.

b) Viết phương trình tính thế năng và động năng của hòn bi theo thời gian.

c) Tính thế năng và động năng tại các thời điểm $t = 0, \frac{1}{4}s, \frac{1}{2}s$

Nghiệm lại rằng tại mỗi thời điểm tổng thế năng và động năng là không đổi và bằng với cơ năng toàn phần.

d) Dùng định luật bảo toàn năng lượng để tính vận tốc của hòn bi nó cách vị trí cân bằng 2cm.

ĐS: a) 0,0016J;

b) $E_t = 0{,}0016\sin^2\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (J); $E_d = 0{,}0016\cos^2\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (J)

5. Một lò xo được treo thẳng đứng, đầu trên của lò xo được giữ cố định đầu dưới treo vật có khối lượng m = 100g, lò xo có độ cứng K = 25N/m. Kéo vật rời khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới một đoạn bằng 2cm rồi truyền cho vật một vận tốc $10\pi\sqrt{3}$ cm/s theo phương thẳng đứng, chiều hướng lên. Chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật, gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống.

a) Viết phương trình dao động.

b) Xác định thời điểm lúc vật đi qua vị trí mà lò xo bị dãn 2cm lần đầu tiê

c) Tính độ lớn của lực hồi phục ở thời điểm của câu b.

ĐS: a) $4\sin\left(5\pi t + 5\frac{\pi}{6}\right)$cm; b) $t = \frac{1}{15}$s; c) 0,5N

6. Một lò xo có độ cứng k = 100N/m, chiều dài l_0 = 40cm. Treo vào lò xo một quả cầu m, khi hệ cân bằng chiều dài lò xo là 44cm. Kéo quả cầu qua khỏi vị trí cân bằng đến khi lò xo dài 50cm, rồi buông tay cho vật chuyển động không vận tốc đầu.

a) Tính chu kì dao động và khối lượng quả cầu.

b) Tính năng lượng toàn phần của hệ.

c) Tính giá trị của lực đàn hồi tác dụng lên m khi lò xo dài nhất, ngắn nhất.

d) Ở vị trí chiều dài lò xo ngắn nhất, người ta gắn vào một vật m' = 600g. Thả hệ không vận tốc đầu. Khảo sát sự chuyển động của hệ (m + m')

ĐS: a) 0,4s; b) 0,18J; c) 10N; 2N; d) x = 12sin10tcm.

Loại 2. CON LẮC LÒ XO CHỊU TÁC DỤNG CỦA LỰC LI TÂM

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Vận tốc góc – vận tốc dài

a) Vận tốc góc: $\omega = 2\pi n$

(n: vận tốc quay (vòng/s))

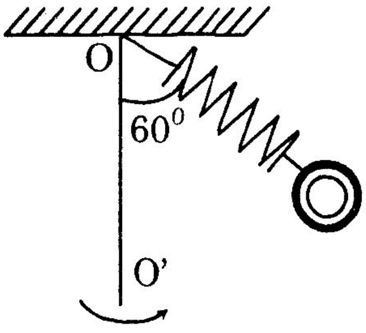
b) Vận tốc dài: $v = \omega R$ (m/s)

2. Gia tốc hướng tâm: $a_{ht} = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R$

3. Khi vật chuyển động tròn đều thì lực li tâm tác dụng lên vật.

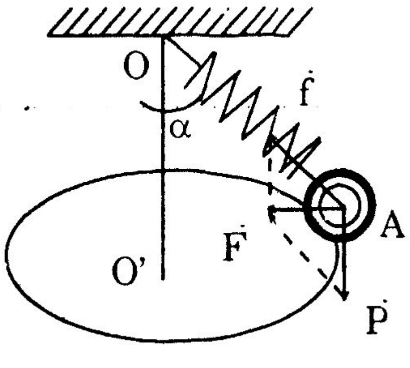
$$F = ma_{ht} = m.\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

II. BÀI TẬP MẪU



1. Một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên 20cm, dãn ra thêm 1cm dưới tác dụng của lực kéo 0,1N. Người ta treo vào lò xo một hòn bi có khối lượng 10g rồi quay lò xo xung quanh trục O'O thẳng đứng với vận tốc góc Ω (hình vẽ). Khi ấy trục của lò xo làm với trục quay O'O một góc $\alpha = 60^0$. Xác định chiều dài của lò xo và số vòng quay trong một giây. Lấy $g = 10m/s^2$.

Giải



a) Tính chiều dài *l* của lò xo:

Theo định luật Hooke độ cứng của lò xo:

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{1}{10^{-2}} = 10N/m$$

Trong chuyển động quay vật m = 10g chịu tác dụng của hai lực:

- Trọng lực: P = mg
- Lực đàn hồi của lò xo: $f = k|l - l_0|$ (hình vẽ)

Hợp lực: $\vec{F} = \vec{P} + \vec{f}$ chính là lực làm cho vật chuyển động tròn đều.

Xét theo phương OO': $\cos\alpha = \frac{P}{f}$

Suy ra: $|l - l_0| = \frac{P}{k.\cos\alpha} = \frac{mg}{k.\cos\alpha} = \frac{10^{-2}.10}{10.\frac{1}{2}} = 2.10^{-2}\text{m} = 2\text{cm}$

$$l = l_0 + 2 = 20 + 2 = 22\text{cm} = 0,22\text{m}$$

b) Tính số vòng quay trong một giây?

Theo hình vẽ ta có: $F = P.\text{tg}\alpha = mg.\text{tg}\alpha$

Mặt khác: $F = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 O'A$ (1)

Ta lại có: $\sin\alpha = \frac{O'A}{OA} \Rightarrow O'A = OA.\sin\alpha$ (2)

Thay (2) vào (1): $F = m\omega^2 OA\sin\alpha$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F}{m.OA.\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{mg.\text{tg}\alpha}{m.OA.\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{g}{OA.\cos\alpha}}$$

nên: $\omega = \sqrt{\frac{10}{0,22.0,5}} \approx 9,53\text{rad/s}$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9,53}{2.3,14} \approx 1,5 \text{ vòng/s.}$$

2. Một vật nặng nhỏ có khối lượng m gắn vào đầu một lò xo khối lượng không đáng kể. Đầu kia của lò xo treo vào điểm cố định O. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số f. Trong quá trình dao động độ dài của lò xo biến thiên từ l_1 đến l_2.

a) Viết phương trình chuyển động của vật. Tính vận tốc và gia tốc của nó khi nó qua vị trí cân bằng và khi nó cách vị trí đó một khoảng a.

b) Tính độ dài l_0 của lò xo khi không có vật nặng.

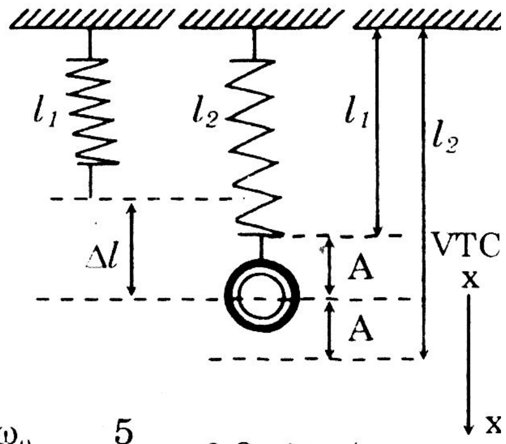
c) Lò xo và vật nặng được đặt trên một tấm ván phẳng nằm ngang, trên đó vật chuyển động dễ dàng với ma sát không đáng kể. Đầu O của lò xo gắn chặt vào tấm ván. Cho tấm ván quay đều quanh một trục thẳng đứng đi qua O thì vật nặng vẽ nên một đường tròn có bán kính r. Tính vận tốc quay của tấm ván. Biết $l_1 = 20\text{cm}$; $l_2 = 24\text{cm}$, $f = 2,5\text{Hz}$; $m = 200\text{g}$; $a = 1\text{cm}$; $r = 20\text{cm}$; $g = 10\text{m/s}^2$.

Giải

a) Phương trình chuyển động:

Phương trình chuyển động có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$



- Tìm ω: $\omega = 2\pi f = 2\pi.2,5 = 5\pi$rad/s
- Tìm A:

$$A = \frac{l_2 - l_1}{2} = \frac{24 - 20}{2} = 2\text{cm}$$

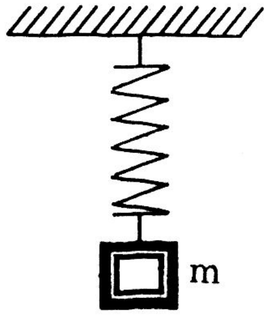
Điều kiện ban đầu: $t = 0,\ x = 0,\ v > 0$

$$\left.\begin{matrix} O = A\sin\varphi \\ v = A\omega\cos\varphi > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \varphi > 0$$

$\Rightarrow \omega_0 = 5$rad/s

Vận tốc quay hay tần số vòng là: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{5}{2\pi} = 0,8$ vòng/s.

3. Một lò xo khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên $l_0 = 25$cm. Độ dà của lò xo tỉ lệ với khối lượng của vật treo vào nó: cứ 5mm cho 20g. Bỏ q mọi lực ma sát và lực cản của môi trường.



a) Treo vào lò xo một vật khối lượng m = 100g. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn 2cm rồi buông ra không vận tốc đầu. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

b) Treo con lắc lò xo kể trên vào trong một chiếc xe đang chuyển động nằm ngang, người ta thấy lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc 15^0. Tìm gia tốc của xe và độ dài của lò xo.

c) Treo một con lắc đơn độ dài 25cm trong xe đang chuyển động như câu 2. Xác định vị trí cân bằng của con lắc đơn và chu kì dao động của n

Giải

a) Tìm chu kì T?

- Ta có: $k = \frac{P}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l}$ với $\begin{cases} m = 20\text{g} = 2.10^{-2}\text{kg} \\ \Delta l = 5\text{mm} = 5.10^{-3}\text{m} \end{cases}$

nên: $k = \frac{2.10^{-2}.9,8}{5.10^{-3}} = 39,2$N/m

- Ta có: $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ với M =100g = 0,1kg

nên: $T = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{39,2}} = 0,32$ (s)

Viết phương trình dao động:

- Ta có: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{39,2}{0,1}} = 19,8$rad/s

A = 2cm

- Chọn điều kiện ban đầu: t = 0, x = 2cm, v = 0

$$\left.\begin{array}{l} 2 = 2\sin\varphi \\ 0 = A\omega\cos\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Vậy: $x = 2\sin\left(19,8t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

b) Gia tốc xe a? Độ dài lò xo l?

– Vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{T}$. Hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$ truyền gia tốc cho vật, cũng chính là gia tốc của xe.

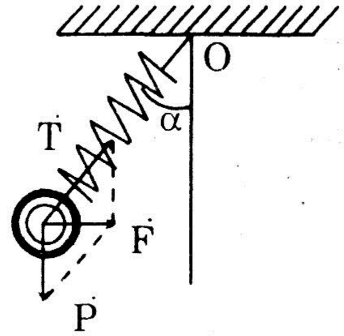
– Ta có: $tg\alpha = \frac{F}{P} = \frac{Ma}{Mg} = \frac{a}{g}$

Suy ra: $a = gtg\alpha = 9,8.tg15^0 = 2,63m/s^2$

– Mặt khác: $\cos\alpha = \frac{P}{T} \Rightarrow T = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{Mg}{\cos 15^0} = \frac{0,1.9,8}{0,966} \approx 1,01N$

nên: $\Delta l' = \frac{T}{k} = \frac{1,01}{39,2} = 0,026m = 2,6cm$

Vậy: $l = l_0 + \Delta l' = 25 + 2,6 = 27,6cm$



c) Xác định vị trí cân bằng và chu kì T?

– Ta có: $tg\alpha' = \frac{Ma}{Mg} = \frac{a}{g} = tg\alpha \Rightarrow \alpha = \alpha' = 15^0$

Vậy vị trí cân bằng ứng với dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc 15^0

– Ta có: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ với $\vec{g}' = \vec{g} + \vec{a}$

g': là gia tốc hiệu dụng

Độ lớn $g' = \sqrt{g^2 - a^2} = \sqrt{(9,8)^2 + (2,63)^2} = 10,1m/s^2$

Vậy $T' = 2.3,14\sqrt{\frac{0,25}{10,1}} = 0,99s$

Chú ý: $\cos^2 15^0 = \frac{1 + \cos 30^0}{2}$

$\sin^2 15^0 = \frac{1 - \cos 30^0}{2}$.

Loại 3. THỜI GIAN GIỮA HAI ĐIỂM XÁC ĐỊNH QUÃNG ĐƯỜNG ĐI CỦA VẬT

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Thời gian giữa hai điểm xác định trong quá trình dao động

– Dựa vào tính chất dao động điều hòa là hình chiếu của chuyển động tròn đều trên một đường thẳng.

– Dựa vào biểu thức li độ suy ra các thời điểm tương ứng với các vị trí.

2. Tìm quãng đường đi

Tính $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \frac{T}{4}$.

Phân tích thời gian $t = nT + \Delta t$ với $(\Delta t < \frac{T}{4})$.

Vẽ đường tròn tâm O, bán kính A.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một vật dao động điều hòa giữa hai điểm M và N (hình vẽ) với chu kì T = 2 (s). Lấy vị trí cân bằng O là gốc tọa độ. Trung điểm của OM là P và của ON là Q. Biết quỹ đạo là 20 (cm).

a) Tính thời gian vật chuyển động từ Q đến P.

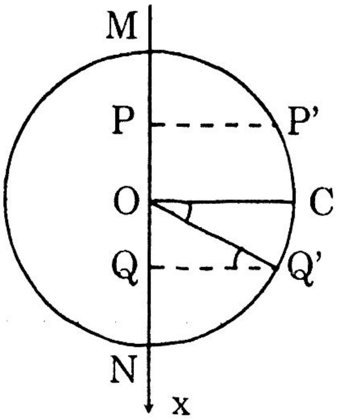
b) Vận tốc trung bình của vật trên đoạn đường đó.

Giải

a) Tính t_{QP}:

• *Cách 1:*

– Khi Q' chuyển động tròn đều thì Q dao động điều hòa trên trục Ox với cùng chu kì T.



– Thời gian vật đi từ Q đến P chính là thời gian vật chuyển động tròn đều đi được từ Q' đến P'.

– Nghĩa là quay được một góc $\widehat{Q'OP'}$

$$\widehat{Q'OP'} = \widehat{Q'OC} + \widehat{COP'}$$

$$\widehat{Q'OC} = \widehat{OQ'Q} \Rightarrow \sin\widehat{OQ'Q} = \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{OQ'Q} = 30^0.$$

Tương tự: $\widehat{COP'} = \widehat{PP'O} = 30^0$.

Vậy $\widehat{Q'OP'} = 60^0 = \frac{360^0}{6}$.

Nên thời gian vật đi từ Q đến P là: $t_{QP} = \frac{T}{6} = \frac{2}{6}\ (s) = \frac{1}{3}s$.

b) Vận tốc trung bình:

$$v_{tb} = \frac{QP}{t_{QP}} = \frac{10}{\frac{1}{3}} = 30 \text{ cm/s}.$$

• *Cách 2:*

Chọn gốc thời gian lúc vật qua Q theo chiều âm quỹ đạo:

$$t = 0;\ x = \frac{A}{2},\ v < 0$$

$\Rightarrow x = 10\sin(\pi t + \frac{5\pi}{6})$ (cm).

Gọi t' là thời điểm vật đi từ Q đến P: $x = -\frac{A}{2}$, $v < 0$

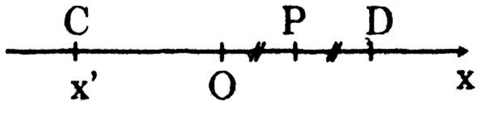
$\Rightarrow 10\sin(\pi t' + \frac{5\pi}{6}) = -\frac{A}{2}$

$\Rightarrow \sin(\pi t' + \frac{5\pi}{6}) = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow \pi t' + \frac{5\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}$

Suy ra: $t' = \frac{1}{3}$ (s).

2. Một vật dao động điều hòa trên trục x'Ox quanh vị trí cân bằng O. Gọi C và D là các vị trí biên, P là trung điểm OD. Thời gian ngắn nhất vật chuyển động từ Q đến P là t_1 và từ P đến D là t_2. Tính tỉ số $\frac{t_2}{t_1}$.



Giải

• Thời gian ngắn nhất vật chuyển động từ O đến P là t_1. Dựa vào mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều, ta thấy thời gian này bằng thời gian quay một cung MN có số đo 30^0.

$\Rightarrow t_1 = \frac{30^0}{360^0}T = \frac{T}{12}$.

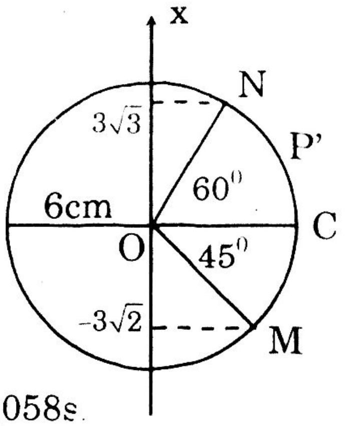
• Thời gian ngắn nhất vật chuyển động từ P đến D là t_2:

$$t_2 = t_{OD} - t_1 = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 2.$$

3. Phương trình dao động của con lắc lò xo là: $x = 6\sin(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ (cm).

Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ $x = -3\sqrt{2}$ (cm) đến li độ $x = 3\sqrt{3}$ (cm).

Giải



Thời gian ngắn nhất để vật đi từ li độ $x = -3\sqrt{2}$ (cm) đến li độ $x = 3\sqrt{3}$ (cm):

+ Dựa vào mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.

+ Ta thấy thời gian này cũng bằng thời gian quay một cung MN có số đo 105^0.

Vậy thời gian cần tìm là:

$$t = \frac{105^0}{360^0}.T \text{ với } T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2s \Rightarrow \frac{105}{360}.0,2 = 0,058s.$$

4. Vật dao động điều hòa với $x = 10\sin\pi t$ (cm). Hãy tính quãng đường mà vật đi được từ vị trí cân bằng có thời điểm $t = 0 \rightarrow t = 2,8s$.

Giải

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ (s) \Rightarrow \frac{T}{4} = 0,5\ (s).$
- $t = 2,8 = 2 + 0,5 + 0,3 = 2 + 0,5$
  $= T + \frac{T}{4} + \Delta t.$

Nên sau khoảng thời gian:

$t = 2,8s$ vật đi được quãng đường là:

$S = 4A + A + \Delta S$

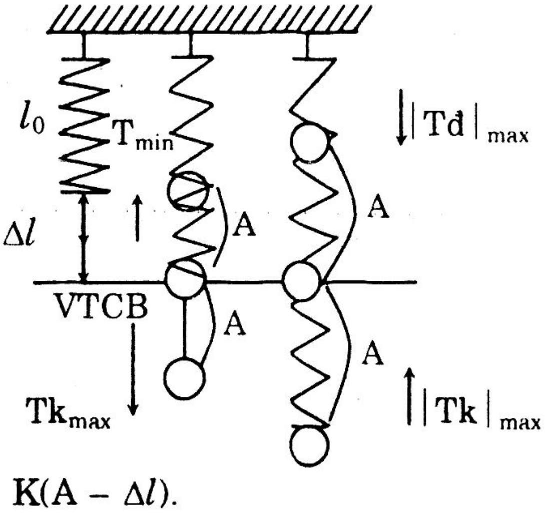
$\Delta S = A - |x|$

Ta có: $x = 10\sin\pi.2,8 = 5,8$

$S = 5A + A - |x| = 6A - |x| = 6.10 - 5,8 = 54,2$ (cm).

Loại 4. LỰC ĐÀN HỒI CỰC ĐẠI - LỰC ĐÀN HỒI CỰC TIỂU

I. PHƯƠNG PHÁP



1. Khi $A < \Delta l$:

- Lực kéo đàn hồi cực đại:
  $|T_K|_{max} = K(\Delta l + A)$.
- Lực kéo đàn hồi cực tiểu:
  $|T_K|_{min} = K(\Delta l - A)$.

2. Khi $A \geq \Delta l$:

- Lực kéo đàn hồi cực đại:
  $|T_K|_{max} = K(\Delta l + A)$.
- Lực đẩy đàn hồi cực tiểu: $|T_d|_{max} = K(A - \Delta l)$.
- Lực đàn hồi cực tiểu: $|T|_{min} = 0$ vì lò xo trở về chiều dài tự nhiên.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một con lắc lò xo gồm một quả nặng khối lượng $m = 0{,}2kg$ treo vào lò xo có độ cứng $K = 100$ N/m. Cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ A. Tính lực đàn hồi cực đại, cực tiểu trong hai trường hợp:

a) $A = 1{,}5cm$.

b) $A = 3cm$.

Giải

Ta có: $P = T_0 \Rightarrow mg = K\Delta l \Rightarrow \Delta l = \dfrac{mg}{K} = \dfrac{0{,}2.10}{100} = 0{,}02$ (m) = 2cm.

a) $A = 1{,}5cm < \Delta l$:

$|F_K|_{max} = K(\Delta l + A) = 100(0{,}02 + 0{,}015) = 3{,}5$ (N).

$|F_K|_{min} = K(\Delta l - A) = 100(0{,}02 - 0{,}015) = 0{,}5$ (N).

b) $A = 3cm > \Delta l$:

– Lực kéo đàn hồi cực đại:

$|T_K|_{max} = K(\Delta l + A) = 100(0{,}03 + 0{,}02) = 5$ (N).

– Lực đẩy đàn hồi cực đại:

$|T_d|_{max} = K(\Delta l + A) = 100(0{,}03 + 0{,}02) = 1$ (N).

– Lực đàn hồi cực tiểu:

$T_{min} = 0$ (vì lò xo trở về l_0).

2. Quả cầu khối lượng $m = 100g$. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có độ cứng $K = 100$ N/m. Từ vị trí cân bằng ta kéo thẳng đứng xuống một đoạn 2cm rồi thả cho dao động không vận tốc đầu. Lấy $g = 10$ m/s^2.

a) Viết phương trình dao động.

b) Tính thời gian quả cầu đi đoạn đường 3cm kể từ lúc buông tay và vận tốc trung bình trên đoạn đường này.

c) Tính giá trị lực kéo đàn hồi cực đại, lực đẩy cực đại và lực đàn hồi cực tiểu.

Giải

Chọn gốc thời gian là lúc thả vật $\Rightarrow t = 0, v = 0$.

Gốc tọa độ là vị trí cân bằng.

Chiều dương hướng xuống.

a) Phương trình dao động điều hòa có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \text{ (cm)} \qquad (1)$$

Với $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (2)

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}1}} = 10\sqrt{10} \text{ (rad/s)}.$$

Từ (1) và (2): $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{xv}\right)^2} = \sqrt{4+0} = 2$ (cm)

$$t = 0\ (1): x = A\sin\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Vậy $x = 2\sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ cm.

b) Thời gian vật dao động điều hòa từ C → I chính là thời gian vật chuyển động tròn đều từ C → I'.

Ta có: $t_{CI} = t_{CO} + t_{OI} = \frac{I}{4} + t_{OI}$.

– Thời gian vật dao động điều hòa từ O → I chính là thời gian vật chuyển động tròn đều từ O' → I' nghĩa là bán kính quét được một góc $\alpha = \omega t_{OI}$.

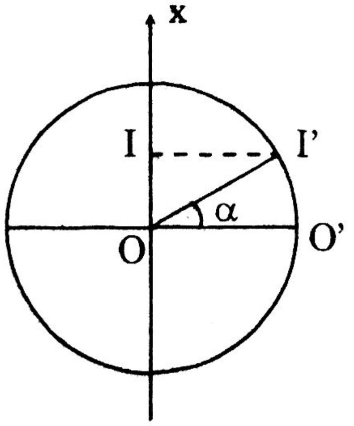
Mà $\sin\alpha = \frac{OI}{OI'} = \frac{A}{2A} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_{OI} = \frac{T}{12}$

$\Rightarrow t_{CI} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$

Mà $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2$ (s)

$\Rightarrow t = \frac{0,2}{3} = 0,067$ (s).



c) Ta có: $\Delta l = \frac{mg}{K} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01$m.

– Lực kéo đàn hồi cực đại $T_{Kmax} = K(\Delta l + A) = 100(0,01 + 0,02) = 3$N.

– Lực đẩy đàn hồi cực đại $T_{dmax} = K(A - \Delta l) = 100(0,02 - 0,01) = 1$N.

3. Một con lắc lò xo gồm một quả nặng khối lượng m = 0,4kg và một lò xo có độ cứng K = 40 N/m. Người ta kéo quả nặng ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn bằng 8cm và thả cho nó dao động.

a) Viết phương trình dao động của quả nặng.

b) Tìm vận tốc cực đại của quả nặng.

c) Quả nặng có li độ x = 4cm và x' = –8cm vào những thời điểm nào?

Giải

Chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu dao động: t = 0, gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống.

a) $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ (1)

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$ (2)

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0,4}} = 10$ (rad/s).

Biên độ: $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} = \sqrt{64 + \left(\frac{0}{10}\right)^2} = 8$.

$t = 0$, (1) $\Leftrightarrow x = A\sin\varphi = 8$

$\Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ (rad).

Vậy: $x = 8\sin(10t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

b) $|v|_{max}$:

Ta có: $|v|_{max} = \omega = 8.10 = 80$ (cm/s).

c) Khi x = 4cm.

Ta có: $x = 8\sin(10t + \frac{\pi}{2})$

Mà x = 4cm

$\Rightarrow \sin(10t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + K2\pi \\ 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + K2\pi \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ll} t = \frac{-\pi}{30} + \frac{K\pi}{5} & (K \in N) \\ t = \frac{\pi}{30} + \frac{K\pi}{5} & (K \in N) \end{array}\right.$$

Khi x = 8.

$\sin(10t + \frac{\pi}{2}) = -1$.

$10t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + K2\pi$

$t = \frac{-\pi}{10} + \frac{K\pi}{5}$ $(K \in N^*)$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Với dao động điều hòa của một vật quanh vị trí cân bằng. Phát biểu nào sau đây đúng đối với lực hồi phục tác dụng lên vật

A. bằng số đo khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng.

B. tỉ lệ với khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng và hướng ra xa vị trí ấy.

C. tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng và hướng ra xa vị trí ấy.

D. tỉ lệ với khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng và hướng về phía vị trí ấy.

2. Một vật dao động điều hòa có biểu thức tọa độ:
$x = 2\sin(\pi t - \pi/4)$cm (t tính bằng s). Tìm thời điểm đầu tiên lúc vật qua vị trí $x = -\sqrt{2}$ cm theo chiều dương.

A. 2s; B. 1,5s; C. 0,5s; D. 1s.

3. Phương trình chuyển động có dạng: $x = 3\sin(5\pi t - \pi/6) + 1$ (cm). Trong giây đầu tiên vật qua vị trí x = −1cm mấy lần?

A. 5; B. 6; C. 4; D. 1.

4. Biên độ của một vật dao động điều hòa bằng 0,5m. Vật đó đi được quãng đường bao nhiêu trong thời gian bằng 5 chu kì dao động.

A. 0,5m; B. 1,5m; C. 4m; D. 10m.

5. Một lò xo có khối lượng không đáng kể đầu trên cố định, đầu dưới treo một vật có khối lượng 80g. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số 5Hz. Trong quá trình dao động, độ dài ngắn nhất của lò xo là 40cm và dài nhất là 56cm. Tìm độ dài tự nhiên của lò xo, lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s^2.

A. 48cm; B. 47cm; C. 49cm ; D. 35,5cm.

6. Một con lắc lò xo gồm quả nặng có khối lượng 0,1kg và lò xo có độ cứng 40 N/m treo thẳng đứng. Khối lượng của lò xo không đáng kể. Cho con lắc dao động với biên độ 3cm. Coi gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2. Tính lực đàn hồi cực tiểu của lò xo trong quá trình quả nặng dao động.

A. 0,2N; B. 0; C. 1,2N ; D. 1,78N.

7. Một vật nặng có khối lượng m = 100g, gắn vào một lò xo khối lượng không đáng kể, đầu kia treo vào một điểm cố định. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số $f = \dfrac{10}{\pi}$ Hz. Trong quá trình dao động độ dài của lò xo lúc ngắn nhất là 40cm, lúc dài nhất là 44cm. Tính lực đàn hồi cực đại.

A. 8,98N; B. 8N C. 10N; D. 1,78N.

8. Một con lắc lò xo được treo vào đỉnh O cố định rồi kích thích cho nó dao động theo phương thẳng đứng. Chiều dài của lò xo thay đổi từ 50cm đến 58cm. Vận tốc quả cầu khi cân bằng $v = 0,4\sqrt{2}$ m/s. Tính chiều dài tự nhiên của lò xo.

A. 54cm; B. 45cm; C. 49cm ; D. 53cm.

9. Treo một vật khối lượng m vào đầu một lò xo thì lo xo có độ dãn Δl = 4cm. Lấy $g = \pi^2$ (đơn vị SI). Sau đó nếu vật dao động ở đầu lò xo thì chu kì dao động có trị số:

A. T = 4s; B. T = 0,4s C. $T = \pi^2$s; D. $T = 10\pi^2$s.

.0. Một vật khối lượng m treo bằng một lò xo vào một điểm cố định O thì lao động với tần số 5Hz. Treo thêm một vật khối lượng $\Delta m = 38g$ vào vật hì tần số dao động là 4,5Hz. Tính độ cứng K của lò xo. Lấy $\pi = 10$.

A. 648 N/m; B. 162 N/m

C. 162000 N/ m; D. 0,2 N/m.

.1. Con lắc lò xo dao động điều hòa giữa hai điểm A, B. Mệnh đề nào sau lây sai?

A. Lực đàn hồi tỉ lệ với li độ.

B. Phương trình chuyển động, vận tốc và gia tốc là những hàm số uần hoàn cùng chu kì.

C. Vectơ gia tốc hướng về vị trí cân bằng và có trị số tỉ lệ với li độ.

D. Quỹ đạo là một đoạn thẳng.

.2. Một con lắc lò xo, muốn tăng tần số dao động gấp đôi thì phải:

A. Tăng gấp đôi khối lượng vật. B. Giảm một nửa khối lượng vật.

C. Giảm khối lượng còn $\frac{1}{4}$. D. Tăng khối lượng lên 4 lần.

V. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

.. Đáp án: D. tỉ lệ với khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng và hướng 'ề phía vị trí ấy.

. Đáp án: A. 2s.

. Đáp án: A. 5.

. Đáp án: D. 10m.

. Đáp án: B. 47cm.

. Đáp án: B. 0.

. Đáp án: D. 1,78N.

. Đáp án: C. 49cm.

. Đáp án: B. T = 0,4s.

.0. Đáp án: B. 162 N/m.

.1. Đáp án: A. Lực đàn hồi tỉ lệ với li độ.

.2. Đáp án: C. giảm khối lượng còn $\frac{1}{4}$.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

. Một lò xo khối lượng không đáng kể đầu trên cố định, đầu dưới treo nột vật có khối lượng 80g. Vật dao động điều hòa theo phương thẳng lứng với tần số 4,6Hz. Trong quá trình dao động, độ dài ngắn nhất của lò ro là 40cm và dài nhất là 56cm.

a) Viết phương trình dao động, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, chiều lương hướng xuống, t = 0 lúc lò xo ngắn nhất.

b) Tìm độ dài tự nhiên lò xo, lấy $g = 9,8\ m/s^2$.

c) Tìm vận tốc và gia tốc của vật khi nó ở vị trí x = 4cm.

(Đại học Luật – 1999)

Giải

a) Tần số góc của vật: $\omega = 2.\pi f = 2.\pi.4,6 = 9,2\pi$ rad/s.

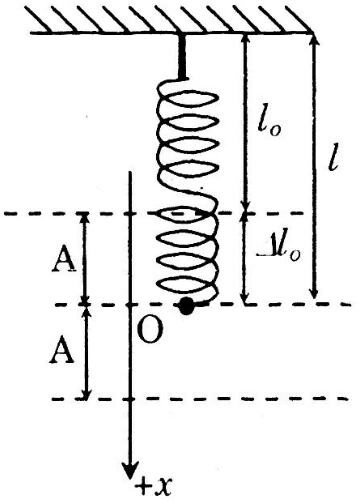
Biên độ của vật:

$$A = \frac{1}{2}(l_{max} - l_{min}) = \frac{1}{2}(56 - 40) = 8cm.$$

Phương trình dao động của vật có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos((\omega t + \varphi)$$



Lúc t = 0 $\Rightarrow \begin{cases} x_0 = -8cm \\ v_0 = 0\ cm/s \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = -1 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 8\sin(9,2\pi t - \frac{\pi}{2})cm.$$

$$v = 73,6\pi\cos(9,2\pi t - \frac{\pi}{2})\ cm/s.$$

b) Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$P = T \Leftrightarrow mg = K.\Delta l_0.$$

$$\Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{mg}{\omega^2 m} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9,8}{(9,2\pi)^2} = 0,0117m = 1,17cm.$$

Chiều dài của lò xo khi vật cân bằng:

$$l = \frac{1}{2}(l_{max} + l_{min}) = \frac{1}{2}(56 + 40) = 48cm.$$

Chiều dài tự nhiên của lò xo:

$$l_0 = l - \Delta l_0 = 48 - 1,17 = 46,83cm.$$

c) Khi vật có li độ $x_1 = 4$.

$$\Leftrightarrow 8\sin(9,2\pi t_1 - \frac{\pi}{2}) = 4$$

$$\Leftrightarrow \sin(9,2\pi t_1 - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(9,2\pi t_1 - \frac{\pi}{2}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vận tốc vật khi đó:

$$v_1 = 73{,}6\pi\cos(9{,}2\pi t_1 - \frac{\pi}{2}) = \pm 36{,}8\sqrt{3}\ \text{cm/s}.$$

$$a_1 = -537{,}92.\pi^2\sin(9{,}2\pi t_1 - \frac{\pi}{2}) = -268{,}96.\pi^2\ \text{cm/s}^2.$$

2. Một con lắc lò xo có chiều dài tự nhiên l_0, độ cứng K được treo thẳng đứng vào một điểm cố định. Nếu treo vào lò xo một vật nặng có khối lượng $m_1 = 100g$ thì lo xo bị dãn một đoạn 5mm. Nếu treo vào lò xo một vật nặng có khối lượng $m_2 = 400g$ thì độ dài lò xo là 32cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$, $\pi^2 = 10$.

a) Xác định K, l_0.

b) Treo vào lò xo một vật nặng có khối lượng m = 200g rồi nâng vật lên theo phương thẳng đứng đến vị trí mà lò xo không biến dạng rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống dưới và gốc thời gian là lúc thả vật.

(Đề thi tuyển sinh CĐSP TP. HCM năm 2004).

Giải

a) – Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$P = T \Leftrightarrow mg = K.\Delta l_0 \Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K}.$$

– Khi treo vật $m_1 = 100g$.

$$\Delta l_{01} = \frac{m_1 g}{K} \Leftrightarrow 5.10^{-3} = \frac{0{,}1.10}{K} \Rightarrow K = 200\ \text{N/m}.$$

– Khi treo vật $m_2 = 400g$.

$$l_2 - l_0 = \Delta l_{02} = \frac{m_2 g}{K} = \frac{0{,}4.10}{200} = 0{,}02\text{m}$$

$\Rightarrow l_0 = l_2 - \Delta l_{02} = 32.10^{-2} - 2.10^{-2} = 0{,}3\text{m}.$

b) Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$P = T \Leftrightarrow mg = K.\Delta l_0 \Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0{,}2.10}{200} = 0{,}01\text{m}.$$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0{,}2}} = 10\pi$ rad/s.

Phương trình dao động của vật:

$x = A\sin(\omega t + \varphi)\text{cm}$ (1)

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)\text{cm}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

Lúc $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\Delta l_0 = -1\text{cm} \\ v_0 = 0\ \text{cm/s} \end{cases} \Rightarrow A = 1\text{cm}.$

Ta có: $\begin{cases} \sin\varphi = -1 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Phương trình dao động của vật: $x = \sin(10\pi t - \dfrac{\pi}{2})\text{cm}.$

$$v = 10\pi\cos(10\pi t - \frac{\pi}{2})\ \text{cm/s}.$$

3. Một vật nhỏ có khối lượng m = 100g được treo vào đầu dưới của một lò nhẹ có độ cứng K = 25 N/m. Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định Ban đầu vật được giữ sao cho lò xo không bị biến dạng, rồi buông nhẹ để dao động tự do dọc theo trục của lò xo. Cho $g = 10\ \text{m/s}^2 = \pi^2\ \text{m/s}^2$.

a) Chọn gốc thời gian lúc buông vật, gốc tọa độ tại vị trí cân bằ chiều dương hướng xuống. Hãy viết phương trình dao động của vật.

b) Tìm độ lớn của lực tác dụng vào điểm treo M khi vật có li độ x = 2cm

(CĐ Tài Chính Kế Toán IV – 200

Giải

a) Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$P = T \Leftrightarrow mg = K.\Delta l_0 \Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0{,}1.10}{25} = 0{,}04\text{m}.$$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{25}{0{,}1}} = 5\pi$ rad/s.

Phương trình dao động của vật:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\text{cm}$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi).$$

Lúc $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\Delta l_0 = -4\text{cm} \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 4\text{cm}.$

Ta có: $\begin{cases} \sin\varphi = -1 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 4\sin(5\pi t - \frac{\pi}{2})\text{cm}.$$

$$v = 20\pi\cos(5\pi t - \frac{\pi}{2})\ \text{cm/s}.$$

b) Khi vật có li độ x = 2cm, lực tác dụng vào điểm M là:

$$F_M = K(\Delta l_0 + x) = 25(0{,}04 + 0{,}02) = 1{,}5\text{N}.$$

4. Một con lắc lò xo gồm vật là quả nặng có khối lượng 0,4kg và một lò đàn hồi có độ cứng 40 N/m, treo thẳng đứng. Chọn trục tọa độ Ox thẳ đứng hướng từ trên xuống dưới và gốc tọa độ O là vị trí cân bằng của v

Đưa vật dọc theo trục tọa độ, tới vị trí lò xo không bị biến dạng, tại thời điểm t = 0 thả nhẹ thì vật dao động điều hòa. Cho $g = 10\ m/s^2$.

a) Tính số dao động của vật thực hiện trong 1 phút. Viết phương trình dao động của vật.

b) Xác định các thời điểm vật chuyển động theo chiều dương của trục Ox, qua điểm M có li độ x = 5cm. Tính giá trị lực đàn hồi của lò xo khi vật ở các vị trí:

- Cao nhất.
- Thấp nhất. *(Cao đẳng Kinh tế Kĩ thuật CNI – 2004).*

Giải

a) Khi vật ở vị trí cân bằng: $P = T \Leftrightarrow mg = K.\Delta l_0$

$$\Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0,4.10}{40} = 0,1m.$$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0,4}} = 10$ rad/s.

Phương trình dao động của vật:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)cm$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi).$$

Tần số của vật: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1,6Hz.$

Trong 1 phút vật thực hiện được: 1,6.60 = 95,5 dao động.

Lúc $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\Delta l_0 = -10cm \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 10cm.$

Ta có: $\begin{cases} \sin\varphi = -1 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 10\sin(10t - \frac{\pi}{2})cm.$$

$$v = 100\cos(10t - \frac{\pi}{2})\ cm/s.$$

b) Khi vật qua điểm M theo đề bài:

$$\begin{cases} x_1 = 5cm \\ v_1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10\sin(10t_1 - \frac{\pi}{2}) = 5 \\ 100\cos(10t_1 - \frac{\pi}{2}) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(10t_1 - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \\ \cos(10t_1 - \frac{\pi}{2}) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (10t_1 - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{6} + 2K\pi\ (K \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{\pi}{15} + \frac{K\pi}{5} \quad (K \in \mathbb{Z}).$$

Lực đàn hồi của lò xo khi ở vị trí:

– cao nhất: $F_{min} = K(\Delta l_0 - A) = 40(0,1 - 0,1) = 0$

– thấp nhất: $F_{max} = K(\Delta l_0 + A) = 40(0,1 + 0,1) = 8N$.

5. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hòa. Chiều dài tự nhiên của lò xo $l_0 = 60$ (cm). Khối lượng vật nặng m = 200 (g). Cho g = 10 m/s^2. Chiều dương hướng xuống. Chọn thời điểm t = 0 lúc lò xo có chiều dài $l = 59$ (cm), vận tốc bằng không và lúc đó lực đàn hồi có độ lớn $\tau = 1$ (N). Viết phương trình dao động của vật.

(Học Viện Ngân hàng Phân viện Tp. Hồ Chí Minh – 1999).

Giải

Xét khi lò xo có độ dài $l = 59$cm thì độ biến dạng nén của lò xo:

$$\Delta l = l_0 - l = 60 - 59 = 1\text{cm} = 0,01\text{m}.$$

Lực đàn hồi của lò xo ứng với thời điểm t = 0:

$$F_{dh} = K.\Delta l \Rightarrow 1 = K.0,01 \Rightarrow K = 100 \text{ N/m}.$$

Độ biến dạng của lò xo khi m ở vị trí cân bằng:

$$\Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0,2.10}{100} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}.$$

Phương trình dao động của vật:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\text{cm}$$
$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 10\sqrt{5} \approx 22,4$ rad/s.

Lúc t = 0; $x = -(l_{cb} - \Delta l_0 - l) = -(60 + 2 - 59) = -3$cm; v = 0.

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 = A\sin\varphi \\ 0 = A.10\sqrt{5}\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi = -1 \Rightarrow \\ A = 1\text{cm} \end{cases} \begin{cases} A = 3\text{cm} \\ \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 3\sin(10\sqrt{5}\,t - \frac{\pi}{2})\text{cm}.$$

6. Một lò xo nằm ngang có độ cứng K = 40 N/m, một đầu được gắn một vật khối lượng m = 100g, đầu kia gắn với một điểm cố định. Lúc đầu nén lò xo sao cho nó đạt độ dài $l_1 = 8$cm, sau đó thả ra, khi lò xo dãn ra dài nhất thì độ dài $l_2 = 15$cm. Vật dao động coi như không ma sát.

a) Viết phương trình dao động của vật (gốc thời gian và trục tọa độ tùy ý chọn).

b) Hãy tìm vận tốc của vật khi nó cách vị trí cân bằng một đoạn là x = 2,5cm.

(ĐH Văn Lang – 98).

Giải

a) Chọn trục Ox nằm ngang, gốc O tại vị trí cân bằng của m:

Phương trình dao động:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Biên độ dao động: $A = \dfrac{l_1 - l_2}{2} = \dfrac{15 - 8}{2} = 3{,}5$ (cm).

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{40}{0{,}1}} = 20$ rad/s.

Xét: $t = 0$; $x = 0$; $v > 0 \Rightarrow \varphi = 0$.

$\Rightarrow x = 3{,}5\sin 20t$ (cm).

b) Tính vận tốc v khi $x = \pm 2{,}5$ (cm).

Từ (1) và (2), suy ra: $\left(\dfrac{x}{A}\right)^2 + \left(\dfrac{v}{A\omega}\right)^2 = 1$

$\Rightarrow v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\Rightarrow v = \pm 20\sqrt{(3{,}5)^2 - (2{,}5)^2} \approx \pm 49$ cm/s.

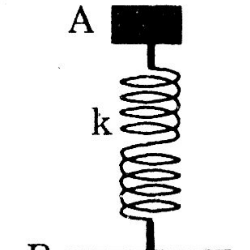
7. Một vật A khối lượng $m_1 = 1$kg, nối với vật B khối lượng $m_2 = 4{,}1$kg bằng một lò xo có độ cứng $K = 625$ N/m. Hệ đặt trên bàn như hình vẽ. Kéo A khỏi vị trí cân bằng một đoạn $a = 1{,}6$cm rồi thả cho nó dao động. Tính:

a) Chu kì dao động của vật A.

b) Vận tốc cực đại của nó trong quá trình dao động.

c) Lực tác dụng cực đại và cực tiểu lên mặt bàn. Cho $g = 10$ m/s^2.

(Đại học Kinh tế Quốc dân – 1998).



Giải

a) Lực phục hồi cực đại của lò xo khi kéo:

$$F_{max} = K.a = 625.1{,}6.10^{-2} = 10\text{N}.$$

Trọng lực tác dụng lên B:

$$P_2 = m_2.g = 4{,}1.9{,}8 = 40{,}2\text{N}.$$

$F_{max} < P_2$ nên B không rời khỏi bàn.

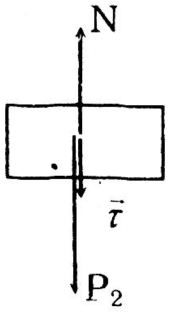
Chu kì dao động của A:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K}} = 2.3{,}14.\sqrt{\frac{1}{625}} = 0{,}25\text{s}.$$

b) Biên độ dao động là: $a = 1,6cm$.

Vận tốc cực đại của m_1: $v_{max} = a.\omega = a\sqrt{\frac{K}{m}}$

$$v_{max} = 1,6.25 = 40\ cm/s.$$



c) Lực đàn hồi của lò xo khi vật m_1 ở vị trí cân bằng:

$$\tau_0 = P_1 \Leftrightarrow m_1g = K.\Delta l$$

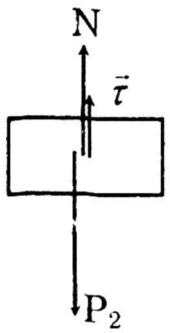
$$\Rightarrow \Delta l = \frac{m_1g}{K}.$$

Lực đàn hồi cực đại của lò xo khi nén:

$\tau_{max} = K(\Delta l + a) = m_1g + K.a = 19,8N$.

Lực đàn hồi của lò xo khi dãn tối đa:

$\tau_{min} = K(a - \Delta l) = F_{max} - m_1g = 0,2N$.



Các lực tác dụng lên B khi lò xo nén được vẽ hình bên:

B đứng yên ta có:

$$N = P_2 + \tau$$

$$N_{max} = P_2 + \tau_{max}$$

$$N_{max} = 40,2 + 19,8 = 60N.$$

Các lực tác dụng lên B khi lò xo dãn được vẽ hình bên:

$$N' = P_2 - \tau$$

$$N_{min} = P_2 + \tau_{min} = 40N.$$

Theo định luật II Niutơn; lực tác dụng cực đại lên mặt bàn là 60N, và lực tác dụng cực tiểu lên mặt bàn là 40N.

8. Một lò xo khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên $l_0 = 125cm$ được treo thẳng đứng, một đầu được giữ cố định, đầu còn lại gắn với quả cầu nhỏ khối lượng m. Chọn trục tọa độ Ox hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc O trùng với vị trí cân bằng của quả cầu. Kích thích để quả cầu dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình: $x = 10\sin[\omega t + \frac{\pi}{6}]$ (cm). Trong quá trình dao động tỉ số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của lực đàn hồi của lò xo là $\frac{7}{3}$.

a) Tính chu kì dao động của quả cầu và chiều dài của lò xo tại thời điểm $t = 0$.

b) Vẽ đồ thị dao động x (t) của quả cầu.

c) Xác định thời gian, quãng đường chuyển động của quả cầu kể từ lúc quả cầu bắt đầu dao động đến lúc tới vị trí có tọa độ $x = 5$ (cm) lần thứ hai theo chiều âm. Lấy $g = 10\ m/s^2$; $\pi^2 = 10$.

(CĐSP Thái Bình – 2002).

Giải

a) Độ biến dạng Δl của lò xo khi vật m ở vị trí cân bằng:

$$\tau_0 = P \Leftrightarrow mg = K.\Delta l.$$

Lực đàn hồi cực đại của lò xo khi dãn tối đa: $\tau_{max} = K(\Delta l + A)$.

Lực đàn hồi cực tiểu của lò xo: $\tau_{min} = K(\Delta l - A)$.

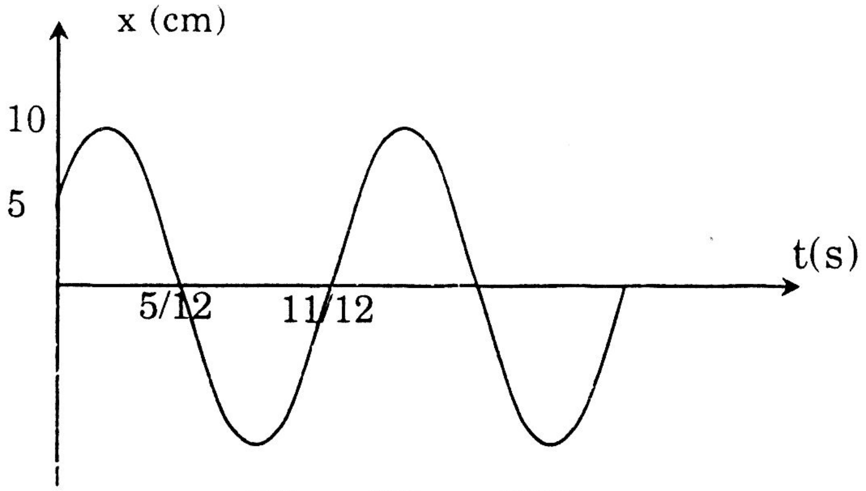
Theo đầu bài: $\dfrac{\tau_{Max}}{\tau_{min}} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow \dfrac{K(\Delta l + A)}{K(\Delta l - A)} = \dfrac{7}{3} \Rightarrow 3(\Delta l + A) = 7(\Delta l - A)$

$$\Delta l = 2{,}5.A = 25\text{cm}.$$

Chu kì dao động của m:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}25}{10}} = 1\text{s}.$$

b)



c) Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\dfrac{10}{0{,}25}} = 2\pi$ rad/s.

Tính x khi t = 0: $x = x_0 = 10\sin\dfrac{\pi}{6} = 5\text{cm}$.

Chiều dài của lò xo tại thời điểm t = 0:

$\Rightarrow l = l_0 + \Delta l + x = 125 + 10 + 5 = 140\text{cm}$.

Phương trình chuyển động: $x = 10\sin(2\pi t + \dfrac{\pi}{6})\text{cm}$

$\Rightarrow v = x' = 20\pi\cos(2\pi t + \dfrac{\pi}{6})$ cm/s.

Khi $t = 0 \Rightarrow v = v_0 > 0$.

Tính t khi x = 5cm; v < 0.

$$\begin{cases} 5 = 10\sin(2\pi t + \dfrac{\pi}{6}) \\ v_0 = 20\pi\cos(2\pi t + \dfrac{\pi}{6}) < 0 \end{cases} \Rightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2K\pi\ (K \in \mathbb{Z}).$$

$\Rightarrow t = \frac{1}{3} + K \ (K \in \mathbb{Z})$.

Thời điểm cần tìm: $t_2 = 4/3 \approx 1,33s$.

Trong khoảng thời gian vật đi từ vị trí ban đầu đến biên A = 10cm quãng đường đi được tương ứng là 10 – 5 = 5cm. Trong khoảng thời gian vật đi từ vị trí biên A = 10cm đến x = 5cm theo chiều âm lần thứ nhất quãng đường đi được tương ứng là 10 – 5 = 5cm. Trong một chu kì sau đó vật đi được quãng đường 4A = 4.10 = 40cm. Vậy quãng đường cần tìm là 40 + 5 + 5 = 50cm.

Loại 5. CHỨNG MINH HỆ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Cách 1:

Phân tích lực tác dụng lên vật chỉ ra: F = –Kx.

– Chọn trục tọa độ Ox.

– Xác định lực tác dụng lên vật khi nó đang đứng yên.

– Xác định lực tác dụng lên vật khi nó ở vị trí bất kì rồi biến đổi để chỉ rõ hợp lực: $\vec{F} = -K\vec{x}$ (1)

– Chiếu (1) lên trục Ox ⇒ F = –Kx, rồi áp dụng định luật II Newton, suy ra:

$$x'' = -\omega^2 x.$$

2. Cách 2:

– Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$E = E_t + E_đ = \text{const}.$$

– Lấy đạo hàm hai vế theo t.

– *Chú ý:* x" = a; x' = v.

– Biến đổi để dẫn đến: $x'' = -\omega^2 x$.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một lò xo khối lượng nhỏ không đáng kể, được treo vào một điểm cố định O có độ dài tự nhiên OA = l_0. Treo một vật có khối lượng m_1 = 100g vào lò xo thì độ dài của nó là OB = l_1 = 31cm. Treo thêm một vật có khối lượng m_2 = 100g vào lò xo thì độ dài của nó là OC = l_2 = 32cm.

a) Xác định độ cứng K và độ dài tự nhiên l_0 của lò xo

b) Bỏ vật m_2 đi rồi nâng m_1 lên cho lò xo trở lại độ dài l_0, sau đó thả hệ chuyển động tự do. Chứng minh rằng m_1 dao động điều hòa quanh điểm B từ A đến C. Tính chu kì và viết phương trình của dao động đó. Bỏ qua sức cản của không khí.

c) Tính vận tốc của m_1 khi nó nằm cách A 1,2cm. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Giải

a) Tính K và l_0:

Chọn chiều dương hướng xuống; gốc tọa độ tại vị trí cân bằng B:

$$\left.\begin{array}{l} m_1g = K\Delta l_1 \\ (m_1 + m_2)g = K\Delta l_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m_1g = K(l_1 - l_0) \\ (m_1 + m_2)g = K(l_2 - l_0) \end{array}\right\}$$

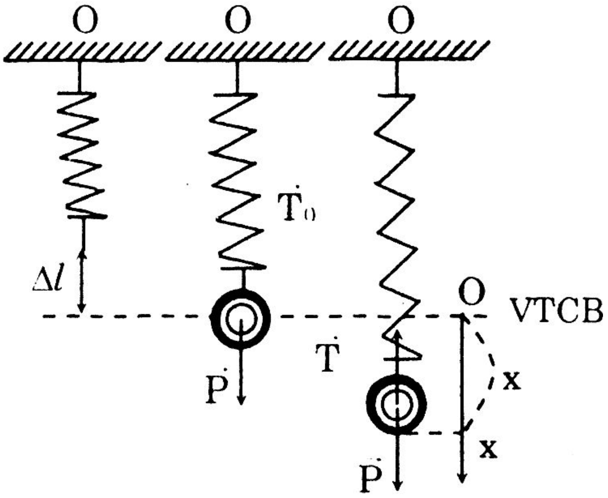
$$0{,}1.10 = K(0{,}31 - l_0) \qquad (1)$$

$$0{,}2.10 = K(0{,}32 - l_0) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra: $K = 100\ N/m$

$l_0 = 0{,}3m = 30cm.$

b) Chứng minh vật m_1 dao động điều hòa.



Xét vật ở vị trí cân bằng:

$\vec{P} + \vec{T_0} = 0 \Rightarrow P = T_0 = K\Delta l_1.$

Xét vật ở li độ x: $\vec{P} + \vec{T} = \vec{F}$ (1)

Chiếu (1) lên trục Ox:

$F = P - T = P - K(\Delta l_1 + x)$

$K\Delta l_1 - K(\Delta l_1 + x) = -Kx \qquad (2)$

Theo định luật II Newton:

$F = m_1a = m_1x'' \qquad (3)$

Từ (2) và (3) suy ra:

$m_1x'' = -Kx \Rightarrow x'' = -\dfrac{K}{m_1}x$. Đặt: $\omega^2 = \dfrac{K}{m_1}$.

$x'' = -\omega^2x \qquad (4)$

Nghiệm của phương trình (4) có dạng: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

Vậy vật m_1 dao động điều hòa xung quanh VTCB.

Chu kì $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ với $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m_1}}$

$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1}{K}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}1}{100}} = 0{,}2s.$

Viết phương trình dao động:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}1}} \approx 10\pi\ rad/s.$$

$$A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2} \text{ với } |x| = l_1 - l_0 = 1,\ v = 0.$$

Suy ra: $A = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{0}{\omega}\right)^2} = 1\text{cm}.$

Chọn gốc thời gian lúc thả vật: t = 0; x = –A; v = 0.

$$\left.\begin{array}{l} -A = A\sin\varphi \\ 0 = A\omega\cos\varphi \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

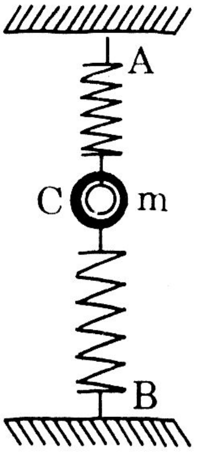
Vậy: $x = \sin(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

c) v = ?

Khi x = +0,2cm (vì cách A là 1,2cm nghĩa là cách B 0,2cm).

Ta có: $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \Rightarrow |v| = \sqrt{1^1 - (0,2)^2} \approx 30,8$ cm/s.

2. Một lò xo chiều dài tự nhiên l_0 = 0,5m, độ cứng K_0 = 30 N/m gắn vào hai điểm cố định A, B cách nhau khoảng l_0 = 50cm theo phương thẳng đứng như hình vẽ.



Gắn quả cầu khối lượng m = 0,25kg vào điểm C trên lò xo cách A đoạn CA = l_1 = 20cm và cách B đoạn BC = l_2 = 30cm rồi thả không vận tốc ban đầu cho dao động.

a) Hãy xác định vị trí cân bằng O của quả cầu m.

b) Hãy chứng minh quả cầu m dao động điều hòa và viết phương trình dao động của nó với gốc thời gian là lúc thả quả cầu ở C. Chiều dương hướng xuống và gốc tọa độ là vị trí cân bằng O. Cho g = 10 m/s^2.

Giải

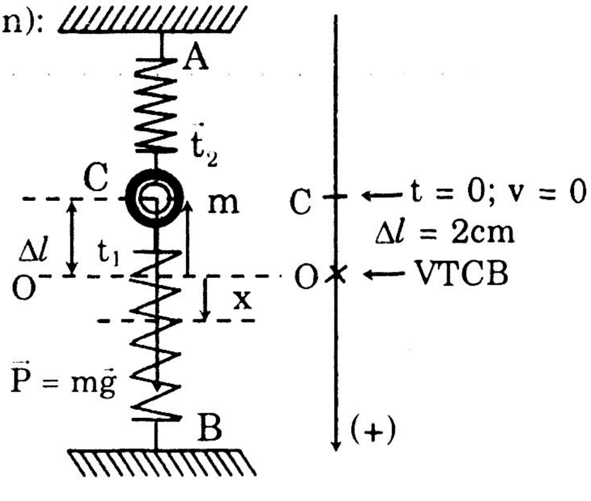
a) Độ cứng lò xo CA = l_1 = 20cm: $\frac{K_1}{K_0} = \frac{l_0}{l_1} = 2,5 \Rightarrow K_1 = 2,5K_0 = 75$ N/m.

Độ cứng lò xo CB = l_1 = 30cm: $\frac{K_2}{K_0} = \frac{l_0}{l_2} \Rightarrow K_2 = 50$ N/m.

Hợp lực tại VTCB: $m\vec{g} + \vec{t}_1 + \vec{t}_2 = 0$

⇒ độ biến dạng của lò xo (dãn và nén):

$$\Delta l = \frac{mg}{K_1 + K_2} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}.$$



b) Ở vị trí đang dao động có li độ x thì lực đàn hồi của hai lò xo đổi thành: $\vec{\tau}'_1 = \vec{\tau}_1 + \Delta\vec{\tau}_1$ và $\vec{\tau}'_2 = \vec{\tau}_2 + \Delta\vec{\tau}_2$ làm xuất hiện hợp lực:

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{\tau}'_1 + \vec{\tau}_2 = \underbrace{m\vec{g} + \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2}_{0} + \Delta\vec{\tau}_1 + \Delta\vec{\tau}_2$$

$$\Rightarrow F = \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2 = -(K_1 + K_2)x = ma = mx''$$

$$\Rightarrow x'' = -\frac{K_1 + K_2}{m}x = -\omega^2 x \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = 10\sqrt{5} \text{ (rad/s).}$$

Vậy m dao động điều hòa.

Với phương trình tọa độ và vận tốc:

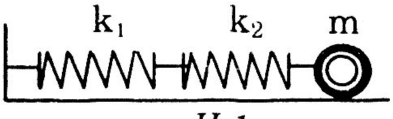
$$x = A\sin(\omega t + \varphi);\ v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Lúc } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = \omega A\cos\varphi = 0 \\ x_0 = A\sin\varphi = \overline{OC} = -\Delta l = -2\text{cm} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \sin\varphi = \dfrac{-2}{A} \end{cases}$$

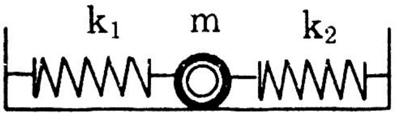
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = -\dfrac{\pi}{2} \\ A = 2\text{cm} \end{cases}$$

Vậy phương trình tọa độ: $x = 2\sin(10\sqrt{5}\,t - \frac{\pi}{2})$cm.

3. Hai lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng lần lượt là K_1, K_2 ($K_2 > K_1$) được liên kết với vật m = 200g như hình 1 và hình 2. Ở vị trí cân bằng, cả hai lò xo đều không có biến dạng.



H.1



H.2

a) Kéo vật m ra khỏi vị trí cân bằng theo trục hệ lò xo rồi buông thả.

Chứng tỏ rằng cả hai trường hợp thì vật m đều dao động điều hòa.

b) Chu kì dao động của vật m ở trong hai trường hợp lần lượt là:

$T_1 = \frac{\pi}{5}$ (s) và $T_2 = \frac{\pi\sqrt{2}}{15}$ (s). Suy ra giá trị K_1 và K_2.

Giải

a) Hình 1: m có li độ x:

$$x = \Delta l_1 + \Delta l_2 \quad (1);\ \vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F} \Rightarrow \Delta l_1 = -\frac{\vec{F}}{K_1};\ \Delta l_2 = -\frac{\vec{F}}{K_2}.$$

$$(1) \Rightarrow x = -\vec{F}\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right) \text{ hay } \vec{F} = -\left(\frac{K_1K_2}{K_1 + K_2}\right)x \Rightarrow \vec{F} \text{ là lực hồi phục}$$

⇒ m dao động điều hòa.

Hình 2: có li độ x: $\Delta l_1 = \Delta l_2 = x$. Một lò xo bị nén và một lò xo bị dãn $\Rightarrow$ hai lực đàn hồi $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ cùng chiều.

Hợp lực: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ có giá trị đại số: $F = F_1 + F_2 = -(K_1 + K_2)x$.

Vậy $\vec{F}$ cũng là lực hồi phục $\Rightarrow$ vật m dao động điều hòa.

b) $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K_1 + K_2}} = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{15} \Rightarrow K_1 + K_2 = 90$ (2)

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{\dfrac{K_1K_2}{K_1 + K_2}}} = \dfrac{\pi}{5} \Rightarrow K_1K_2 = 1800$ (3)

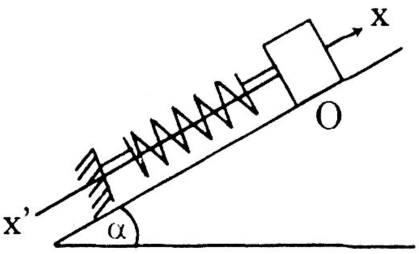
(2) và (3) $\Rightarrow K_1 = 30$ N/m; $K_2 = 60$ N/m.

4. Cho một lò xo lí tưởng có độ cứng k, chiều dài tự nhiên l_0. Treo lò xo thẳng đứng và móc vào đầu dưới của lò xo một vật có khối lượng m và có độ dày không đáng kể. Khi ấy lò xo dài l_1.

Cho biết $l_0 = 12$cm; $l_1 = 14$cm; m = 200g và g = 10 m/s^2.

1* Hãy tính độ cứng K của lò xo.

2* Cho vật m (gắn với lò xo) dịch chuyển dọc theo đường dốc chính của một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang. Khi vật đứng cân bằng, lò xo dài $l_2 = 11$cm và vật ở vị trí O. Bỏ qua ma sát.



a) Tính góc α.

b) Chọn trục tọa độ x'x song song với đường dốc chính có gốc O. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí O đến điểm có tọa độ $x_1 = +4,5$cm rồi buông ra. Hãy thành lập phương trình chuyển động của vật và tính chu kì dao động.

Giải

1* Tính độ cứng K của lò xo.

Xét tại vị trí cân bằng: $F_0 = P \Rightarrow K\Delta l = mg$

Suy ra: $K = \dfrac{mg}{\Delta l}$.

Với m = 0,2kg; g = 10 m/s^2.

$\Delta l = l_1 - l_2 = 14 - 12 = 2$ (cm) $= 2.10^{-2}$m.

nên $K = \dfrac{0,2.10}{2.10^{2}} = 100$ N/m.

2* a) Tính góc α?

Chọn trục Ox như hình vẽ.

Điều kiện cân bằng:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F_{01}} = 0 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên trục Ox:

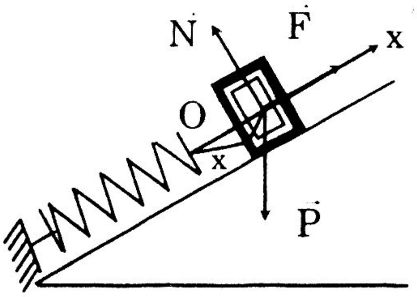
$-P\sin\alpha + F_{01} = 0$

$\Rightarrow -P\sin\alpha + K\Delta l' = 0$

Suy ra: $\sin\alpha = \frac{K\Delta l'}{P} = \frac{K(l_0 - l_2)}{mg} = \frac{100.10^{-2}}{0,2.10} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \alpha = 30^0$.

b) Chứng minh vật dao động điều hòa.



Xét vật ở li độ x:

$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$ (2)

Chiếu (2) xuống trục Ox:

$-P\sin\alpha + F = mx''$

$-P\sin\alpha + K(\Delta l' - x) = mx''$

$\underbrace{-P\sin\alpha + K\Delta l'}_{0} - kx = mx''$

Suy ra: $x' = -\frac{K}{m}x$. Đặt $\omega^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow x'' = -\omega^2 x$ (3)

Phương trình (3) có nghiệm $x = A\sin(\omega t + \varphi)$.

Chứng tỏ vật dao động điều hòa.

- Viết phương trình dao động:

$$A = x_1 = 4,5\text{cm};\ \omega = \frac{2\pi}{T} \approx 22,4 \text{ rad/s}.$$

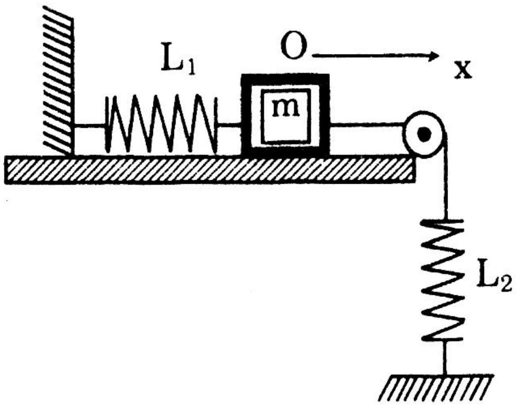
Chọn gốc thời gian lúc t = 0, x = A, v = 0.

$$\left.\begin{array}{l} 4,5 = 4,5\sin\varphi \\ 0 = 4,5\sin(22,4t + \frac{\pi}{2}) \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Vậy: $x = 4,5\sin(22,4t + \frac{\pi}{2})$ (cm).

- Chu kì: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{100}} = 0,28\text{s}.$

III. BÀI TẬP CÙNG DẠNG



1. Cho hệ dao động như hình. Hai lò xo L_1, L_2 có độ cứng K_1 = 60 N/m, K_2 = 40 N/m. Vật có khối lượng m = 250g. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và lò xo, dây nối không dãn và luôn căng khi vật dao động. Ở vị trí cân bằng O của vật, tổng độ dãn của L_1 và L_2 là 5cm. Lấy $g = 10m/s^2$.

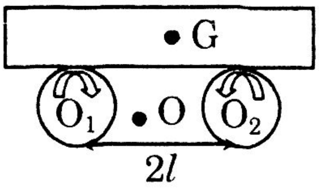
a) Bỏ qua ma sát giữa vật và bàn, thiết lập phương trình dao động chọn gốc tọa độ ở O, chọn t = 0 khi đưa vật đến vị trí sao cho L_1 không c dãn rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu v_0 = 40 cm/s theo chiều dương Viết biểu thức lực căng của dây và tìm điều kiện của v_0 để vật dao độn điều hòa.

b) Nếu kể đến ma sát giữa vật và mặt bàn và coi hệ số ma sát μ = 0, không đổi. Hãy tìm quãng đường vật đi được từ khi bắt đầu dao động đế khi dừng hẳn.

ĐS: a) $x = 2\sqrt{2}\sin(20t - \frac{\pi}{4})$cm, $v_0 \le 44,7$ cm/s; b) s = 16cm.

2. Một thanh đồng chất, tiết diện đều được đặt nằm ngang trên hai trụ quay O_1, O_2 như hình vẽ. Hai trục quay giống nhau, quay nhanh với vậ tốc góc bằng nhau nhưng ngược chiều. Khoảng cách giữa hai trục bằn $2l$ = 30cm. Hệ số ma sát giữa thanh và trục quay là không đổi và bằng 0,2.

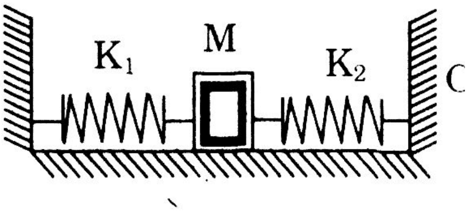
Hãy chỉ ra rằng nếu trọng tâm G của thamh lệch một ít khỏi trung điểm O của O_1O_2 thì thanh sẽ dao động điều hòa. Tìm chu kì dao động.



ĐS: T ≈ 1,74 (s).

IV. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một lò xo có khối lượng không đáng kể độ dài tự nhiên l_0 = 1m, độ cứng K_0 = 24 N/m, được cắt thành hai lò xo L_1 = 60cm và L_2 = 40cm. Vật M có khối lượng m = 200g, bề dày không đáng kể được mắc vào hai lò xo rồi gắn vào hai điểm B, C cố định các nhau BC = 1,1m. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản.



a) Tính độ cứng K_1, K_2 của hai lò xo L_1, L_2.

b) Xác định vị trí cân bằng của vật M.

c) Cho vật M dọc theo BC. Chứng tỏ vật M dao động điều hòa. Tìm ch kì dao động.

d) Kéo vật M đến vị trí lò xo L_1 không bị biến dạng rồi truyền cho n vận tốc $v_0 = 20\sqrt{15}$ cm/s theo chiều từ B đến C. Viết phương trình da động của M. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ đến C và gốc thời gian lúc truyền vận tốc v_0.

(ĐH Cảnh sát Nhân dân – 2001)

ĐS: a) K_1 = 60 N/m, K_2 = 40 N/m; b) BO = 66cm;

c) T = 0,281s d) $x = 4\sqrt{3}(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{3})$cm.

2. Một lò xo đồng chất có khối lượng không đáng kể và độ cứng $K_0 = 60$ N/m. Cắt lò xo thành hai đoạn có tỉ lệ chiều dài $l_1 : l_2 = 2 : 3$.

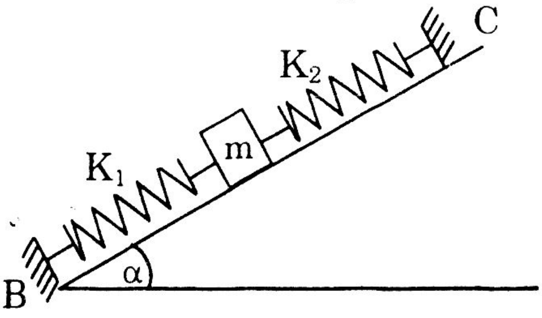
1) Chứng minh rằng độ cứng K_1, K_2 của hai đoạn lò xo nói trên tỉ lệ nghịch với chiều dài của chúng. Từ đó tính độ cứng K_1, K_2 của hai đoạn này.

2) Nối hai đoạn lò xo nói trên với hai vật nặng khối lượng m = 400g rồi mắc vào hai điểm B, C cố định như hình trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^0$. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng. Tại thời điểm ban đầu giữ vật m ở vị trí sao cho lò xo có độ cứng K_1 dãn $\Delta l_1 = 2$cm, lò xo có độ cứng K_2 nén $\Delta l_2 = 1$cm so với độ dài tự nhiên của chúng. Thả nhẹ vật m cho nó dao động. Biết gia tốc trọng trường $g = 10$ m/s^2.

a) Xác định vị trí cân bằng O của m so với vị trí ban đầu.

b) Chứng tỏ rằng vật m dao động điều hòa. Tính chu kì T.

c) Viết phương trình dao động của vật. Tính vận tốc cực đại.



(ĐH Cảnh sát Nhân dân – 2001)

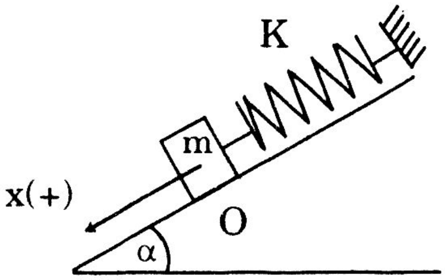
ĐS: $K_1 = 150$ N/m; $K_2 = 160$ N/m; $x_0 = 2,4$cm.
T = 0,251 (s); $|v|_{max} = 60$ cm/s.

3. Một quả cầu khối lượng m = 500g được gắn vào một lò xo có khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên là l_0, độ cứng K = 100 N/m. Đầu còn lại của lò xo được giữ cố định trên mặt phẳng nghiêng góc $\alpha = 30^0$. Bỏ qua mọi ma sát. Giữ quả cầu sao cho lò xo có độ dài tự nhiên, rồi truyền cho nó một vận tốc ban đầu $v_0 = 25\sqrt{2}$ cm/s hướng xuống dưới theo phương song song với mặt phẳng nghiêng.

a) Chứng minh quả cầu dao động điều hòa.

b) Viết phương trình dao động của quả cầu.

c) Xác định vận tốc trung bình trong một chu kì dao động. Chọn trục tọa độ Ox như hình. Thời điểm ban đầu là lúc quả cầu bắt đầu dao động. Lấy $g = 10$m/s^2.



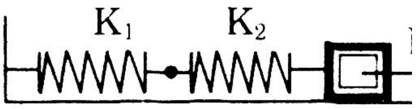
(CĐ Sư phạm Quảng Nam – 2001).

ĐS: a) $2,5\sqrt{2}\sin(10\sqrt{2}\,t - \frac{\pi}{4})$cm.

Loại 6. CẮT - GHÉP LÒ XO

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Lò xo ghép nối tiếp



H.1

a) Nhiều lò xo mắc nối tiếp nhau tương đương với một lò xo duy nhất có độ cứng K được xác định: $\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + ... + \frac{1}{K_n}$

b) Chứng minh:

Hình 1: Ta có: $P = K_1\Delta l_1 = K_2\Delta l_2 = K\Delta l$

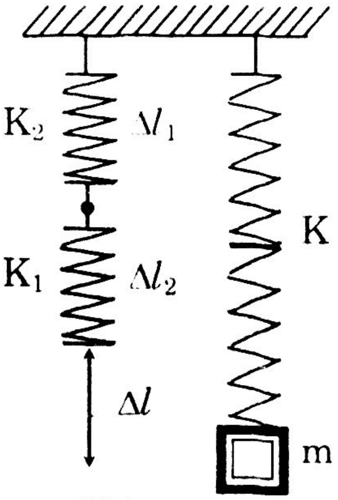
Và $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

$$\Rightarrow \frac{P}{K} = \frac{P}{K_1} + \frac{P}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

Hình 2: Ta có: $F = K_1\Delta l_1 = K_2\Delta l_2 = K\Delta l$

Và $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

$$\Rightarrow \frac{F}{K} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$



(H.2)

2. Lò xo ghép song song

a) Nhiều lò xo mắc song song với nhau tương đương với một lò xo duy nhất có độ cứng K được xác định:

$$K = K_1 + K_2 + ... + K_n.$$

b) Chứng minh:

Hình 3: Ta có: $P = T_{01} + T_{02}$

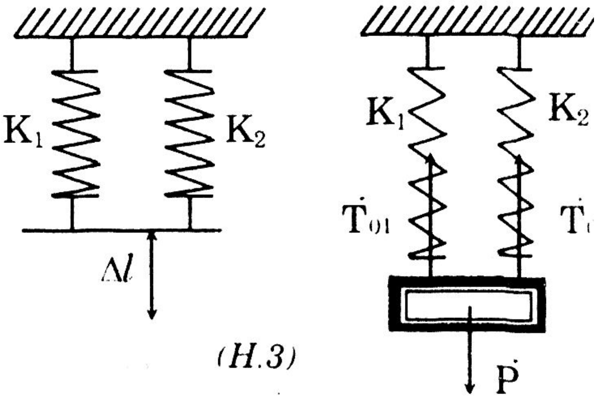
$\Rightarrow K\Delta l = K_1\Delta l + K_2\Delta l$

$\Rightarrow K = K_1 + K_2$.

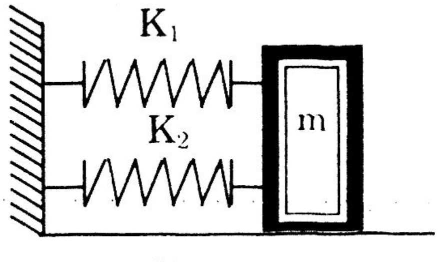
Hình 4: Ta có: $F = T_{01} + T_{02}$

$\Rightarrow K\Delta l = K_1\Delta l + K_2\Delta l$

$\Rightarrow K = K_1 + K_2$.



(H.3)



(H.4)

c) Áp dụng:

Quả cầu khối lượng m = 1kg gắn vào hai lò xo K_1 và K_2. Khi K_1, K ghép song song thì chu kì dao động là $\frac{\pi}{5}$ s. Khi K_1, K_2 ghép nối tiếp th chu kì dao động là $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$ (s). Tính độ cứng K_1, K_2 của hai lò xo.

Giải

- $K_1 \parallel K_2 \Rightarrow K_{hệ} = K_1 + K_2$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow T^2 = \frac{4}{K_1 + K_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow K_1 + K_2 = 100.$$

- K_1 nt $K_2 \Rightarrow \dfrac{1}{K_{hệ}} = \dfrac{1}{K_1} + \dfrac{1}{K_2}$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m(K_1 + K_2)}{K_1K_2}} = \frac{\pi}{\sqrt{6}}$$

$$\Rightarrow T'^2 = \frac{4(K_1 + K_2)}{K_1K_2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow K_1K_2 = 24^2\left(\frac{K_1 + K_2}{24}\right) = \frac{24^2.100}{24} = 2400.$$

K_1, K_2 là nghiệm của hệ: $\begin{cases} X^2 - SX + P = 0 \\ X^2 - 100X + 2400 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} K_1 = 40 \\ K_2 = 60 \end{array}\right. \vee \left[\begin{array}{l} K_2 = 40 \\ K_1 = 60 \end{array}\right. \text{(N/m)}.$$

3. Cắt lò xo (lò xo cùng loại).

a) Độ cứng của lò xo: $K_0 = \dfrac{ES}{l_0}$

- E: suất đàn hồi (N/m^2)
- S: tiết diện vật (m^2).

b) Cắt một lò xo có chiều dài l_0, độ cứng K_0 thành hai lò xo có chiều dài và độ cứng lần lượt là K_1, l_1 và K_2, l_2 được xác định:

$$K_0l_0 = K_1l_1 = K_2l_2 \qquad (1)$$

Ta có: $K_1 = \dfrac{ES}{l_1}$; $K_2 = \dfrac{ES}{l_2}$

$\Rightarrow ES = K_0l_0 = K_1l_1 = K_2l_2$

$(1) \Rightarrow \dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{l_2}{l_1}$.

c) *Nhận xét:* Đối với lò xo cùng loại thì độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài.

II. BÀI TẬP MẪU

Lò xo đồng chất tiết diện đều chiều dài tự nhiên l_0 = QA = 1m, độ cứng K_0 = 25 N/m có khối lượng không đáng kể, đầu A thả tự do. Gắn quả cầu khối lượng m = 100g vào điểm C trên lò xo cách điểm treo Q một đoạn

l = QC = 25cm rồi thả không vận tốc đầu thì quả cầu dao động điều hòa theo phương thẳng đứng.

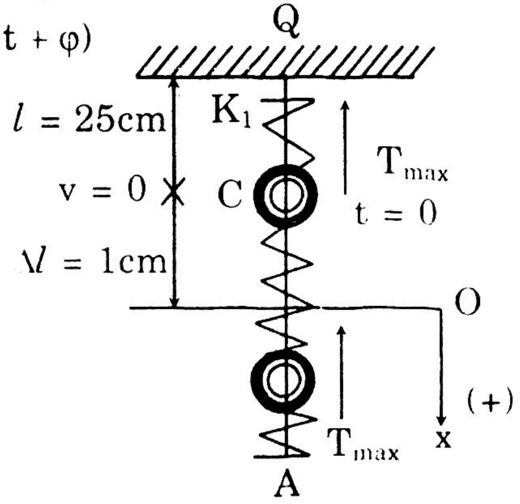
a) Viết phương trình dao động của quả cầu với gốc thời gian là lúc thả quả cầu ở C, chiều dương hướng xuống.

b) Tính thời gian quả cầu đi đoạn CM = 1,5cm kể từ lúc thả quả cầu ở C suy ra vận tốc trung bình trên đoạn CM.

c) Biết điểm treo Q chỉ chịu lực tác dụng không quá 3N. Hỏi biên độ dao động của quả cầu phải thỏa điều kiện nào để cả hệ không rơi xuống. $g = 10\ m/s^2$ và $\pi^2 = 10$.

Giải

a) Phương trình dao động: $\begin{cases} x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$



Ta có: $ES = K_0 l_0 = K_1 l_1$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{K_0 l_0}{l_1} = \frac{25.1}{0,25} = 100\ (N/m).$$

Tần số góc: $\omega^2 = \frac{K}{m} = \frac{100}{0,1} = 100$

$\Rightarrow \omega = 10\pi$ (rad/s).

Ta có: $\Delta l = \frac{mg}{K_1} = \frac{0,1.10}{100} = 0,01$ (cm).

Biên độ: $A = |x| = |\Delta l| = 1$ (cm).

Chọn Ox như hình vẽ, gốc thời gian lúc buông vật.

$$t = 0,\ x = -A.$$

(1) $\Rightarrow -A = A\sin\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{-\pi}{2}$ (rad).

Vậy: $x = \sin(10\pi t - \frac{\pi}{2})$ (cm).

b) Tìm tọa độ điểm cuối: $\Rightarrow x_M = 0,5$.

$\Rightarrow \sin(10\pi t - \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 10\pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{15} + \frac{k}{5} \\ t = \frac{2}{15} + \frac{k}{15} \end{array}\right.$$

Thời gian vật đi từ C → M là thời gian ngắn nhất ứng với K = 0.

$$\Rightarrow t_{CM} = \frac{1}{15} \text{ (s)}$$

$$v = \frac{S_{CM}}{t} = \frac{1{,}5}{\frac{1}{15}} = 22{,}5 \text{ (cm/s)}.$$

c) Để hệ không rơi xuống thì lực tác dụng lên điểm treo phải lớn nhất khi vật ở vị trí biên dưới.

$$T_{max} = K_1(\Delta l + A) \le 3$$

$$\Rightarrow A \le \frac{3}{K_1} - \Delta l = \frac{3}{100} - 0{,}01$$

$$A \le 2 \text{ (cm)}.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một vật A có khối lượng m_1 treo vào lò xo có độ cứng k_1 dao động điều hòa có: $x = 2\sin 10\pi t$ (cm). Nếu mắc nối tiếp thêm một lò xo có độ cứng $K_2 = K_1$ vào hệ trên thì hệ mới có tần số:

A. $f = 10\pi$Hz; B. $f = 5\sqrt{2}\pi$HZ

C. $f = 5\sqrt{2}$ HZ; D. $f = 2{,}5\sqrt{2}$ HZ.

2. Một vật khối lượng m được gắn lần lượt vào hai lò xo độ cứng k_1 và k_2, chu kì lần lượt là T_1 và T_2. Tìm k_1 và k_2, biết $T_2 = 2T_1$ và $K_1 + K_2 = 5$ N/m.

A. $K_1 = 4$ N/m; $K_2 = 1$ N/m

B. $K_1 = 3{,}33$ N/m; $K_2 = 1{,}67$ N/m

C. $K_1 = 4{,}5$ N/m; $K_2 = 0{,}5$ N/m

D. $K_1 = 3$ N/m; $K_2 = 2$ N/m.

3. Khi gắn quả nặng m_1 vào một lò xo, nó dao động với chu kì $T_1 = 1{,}2$s. Khi gắn quả nặng m_2 vào lò xo đó, nó dao động với chu kì $T_2 = 1{,}6$s. Hỏi khi gắn đồng thời m_1 và m_2 vào lò xo đó, chúng dao động với chu kì bằng bao nhiêu?

A. 0,96s; B. 2,8s C. 2s; D. 1,4s.

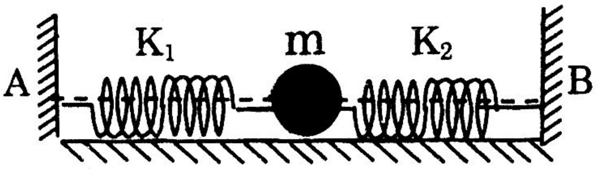
4. Khi treo một vật A khối lượng m = 200g vào lò xo K_1 thì nó dao động với chu kì $T_1 = 0{,}3$s; khi treo A vào lò xo K_2 thì nó dao động với chu kì $T_2 = 0{,}4$s; khi treo A vào hệ hai lò xo K_1, K_2 mắc song song thì chu kì dao động là:

A. 0,7s

B. 0,5s

C. 0,35s

D. 0,24s.



5. Khi treo một vật A khối lượng m = 200g vào lò xo k_1 thì nó dao động với chu kì $T_1 = 0,3s$; khi treo A vào lò xo k_2 thì nó dao động với chu kì $T_2 = 0,4s$; khi treo A vào hệ hai lò xo k_1, k_2 nối tiếp thì chu kì dao động là:

A. 0,7s ;   B. 0,5s   C. 0,35s;   D. 0,24s.

6. Một lò xo có độ dài tự nhiên $l_0 = 50$ (cm) và độ cứng $k_0 = 100$ N/m. Cắt một đoạn lò xo này có độ dài $l = 15$cm, hãy xác định độ cứng k của đoạn đó.

A. 40 N/m;   B. 250 N/m

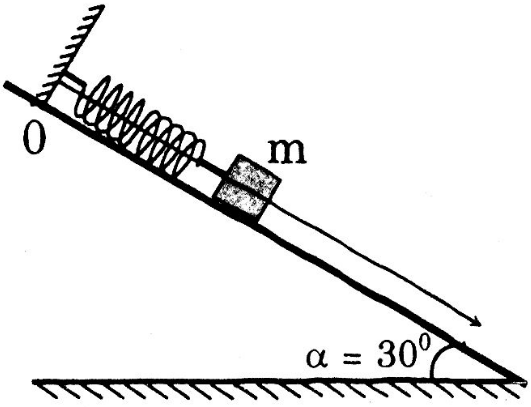
C. 60 N/m;   D. 166,7 N/m.

IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: D. $2,5\sqrt{2}$ Hz.
2. Đáp án: A. $k_1 = 4$ N/m; $k_2 = 1$ N/m.
3. Đáp án: C. 2s.
4. Đáp án: D. 0,24s.
5. Đáp án: B. 0,5s.
6. Đáp án: B. 250 N/m.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một lò xo có chiều dài $l_0 = 45$cm, độ cứng $K_0 = 12$ N/m được cắt thành hai lò xo $l_1 = 18$cm và $l_2 = 27$cm. Mắc hai lò xo l_1 và l_2 vào vật nặng m = 100g. Tại thời điểm ban đầu giữ cho hai lò xo l_1 và l_2 không bị biến dạng. Thả tay cho vật dao động. Cho rằng vật dao động theo đường thẳng nằm xiên trên mặt phẳng nghiêng một góc α.



Bỏ qua mọi ma sát, cho $\alpha = 30^0$, $g = 9,8$ m/s^2.

a) Thành lập phương trình chuyển động.

b) Tính chu kì dao động của vật.

(Học viện Quân y – 1997)

Giải

a) Phương trình chuyển động:

$$K_1 = \frac{l_0}{l_1}K_0 = \frac{45}{18}.12 = 30 \text{ N/m}.$$

$$K_2 = \frac{l_0}{l_2}K_0 = \frac{45}{27}.12 = 20 \text{ N/m}.$$

Gọi Δl_1; Δl_2 là độ biến dạng của lò xo K_1, K_2 khi m cân bằng

$$P.\sin\alpha = K_1.\Delta l_1 = K_2.\Delta l_2$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{mg.\sin\alpha}{K_1} = \frac{0,1.9,8.0,5}{30} \approx 0,016m = 1,6cm.$$

$$\Delta l_2 = \frac{mg.\sin\alpha}{K_2} = \frac{0,1.9,8.0,5}{20} \approx 0,025m = 2,5cm.$$

Độ biến dạng tổng cộng của hai lò xo:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = mg.\sin\alpha\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)$$

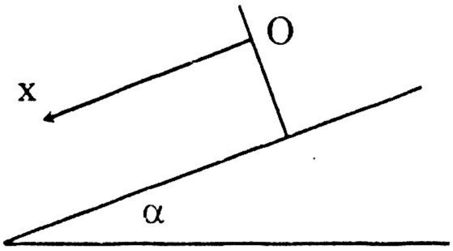
Đặt: $\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$

$$\Rightarrow K = \frac{K_1K_2}{K_1 + K_2} = \frac{30.20}{30 + 20} = 12 \text{ N/m}.$$

$$\Delta l = \frac{mg.\sin\alpha}{K} = \frac{0,1.9,8.0,5}{12} \approx 0,041m = 4,1cm.$$

(Độ cứng của hai lò xo nên $K = K_0$ là hợp lí vì cắt ra nối lại theo cách nối tiếp).

b) Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của m. Chiều dương như hình vẽ:



Phương trình dao động:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{12}{0,1}} \approx 11 \text{ rad/s}$$

$t = 0$; $x = -\Delta l = -4,1cm$; $v = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4,1 = A\sin\varphi \\ 0 = A\omega\cos\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ A = 4,1cm \end{cases}$$

$$x = 4,1\sin(11t - \frac{\pi}{2})cm.$$

$$\text{Chu kì: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2.3,14}{11} = 0,57 \text{ (s)}.$$

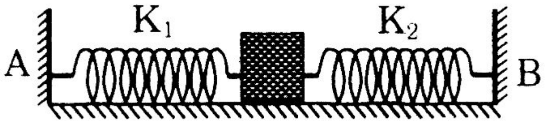
2. Một vật có khối lượng m = 100g, chiều dày không đáng kể, có thể trượt trên một mặt phẳng nằm ngang. Vật được nối vào hai giá cố định A và B qua hai lò xo có độ cứng $K_1 = 60$ N/m và $K_2 = 40$ N/m. Ta kéo vật đến vị trí sao cho lò xo có độ cứng K_1 bị dãn một đoạn $\Delta l = 20cm$ thì lò xo có độ cứng K_2 không bị nén cũng không bị dãn, rồi thả nhẹ cho vật dao động với vận tốc ban đầu bằng 0. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng của lò xo.

Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương là chiều hướng từ A sang B, thời điểm ban đầu là lúc thả vật.

a) Chứng minh vật dao động điều hòa. Viết phương trình dao động.

b) Tính chu kì dao động T và năng lượng dao động E của vật. Cho $\pi^2 = 10$.

c) Vẽ và tính cường độ các lực do các lò xo tác dụng lên các giá cố định A và B tại thời điểm $t = \frac{1}{2}T$.



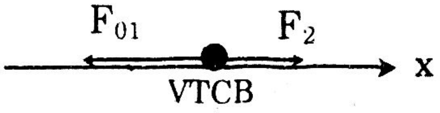
(ĐHSP Vinh 96 – Thương Mại – 97)

Giải

a) Do lò xo K_1 dãn $\Delta l = 20cm$ thì lò xo K_2 không biến dạng nên $AB = l_{01} + l_{02} + 20cm$;

Với l_{01}, l_{02} là chiều dài của hai lò xo khi không biến dạng.

Khi ở vị trí cân bằng:



$K_1.\Delta l_1 = K_2.\Delta l_2$ (Δl_1, Δl_2 là độ biến dạng của lò xo K_1, K_2 khi ở vị trí cân bằng).

Xét khi vật m lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn x:

$$-K_1(\Delta l_1 + x) + K_2(\Delta l_2 - x) = mx''$$

$\Rightarrow -(K_1 + K_2) = mx''$

Đặt: $K = K_1 + K_2 \Rightarrow x'' + \frac{K}{m}x = 0$.

Vậy vật m dao động điều hòa, với phương trình:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Với: $\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = 10\sqrt{10} \approx 10.\pi$ (rad/s).

Vị trí ban đầu chính là vị trí biên.

Ta có: $F_{dh} = K.A = K_1.\Delta l$

$\Rightarrow A = \frac{K_1\Delta l}{K_1 + K_2} = 12cm.$

$t = 0; x = A; v = 0$

$\Rightarrow A = A.\sin\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$

$x = 12\sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})cm.$

b) Chu kì dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}2s.$

Năng lượng dao động: $E = \frac{1}{2}.K.A^2 = \frac{1}{2}(100)(0{,}12)^2 = 0{,}72J.$

c) Vị trí của M vào thời điểm $t_1 = \frac{T}{2}$:

$$x(t_1) = 12\sin(\omega\frac{T}{2} + \frac{\pi}{2}) = -12\text{cm}.$$

Lò xo thứ nhất lúc đó bị nén:

$$\Delta l' = 2A - \Delta l = 4\text{cm}.$$

Lực nén lên tường tại A:

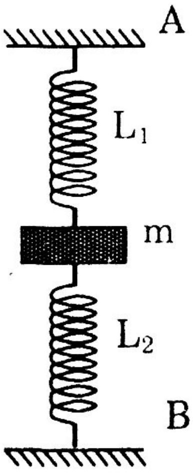
$$F_A = K_1.\Delta l_1 = 2,4\text{N}.$$

Lò xo thứ hai lúc đó dãn ra 1 đoạn: 2A.

Lực kéo tác dụng lên tường tại B:

$$F_B = K_2.2A = 9,6\text{N}.$$

3. Cho một lò xo lí tưởng có chiều dài tự nhiên l_0 = 45cm và một vật có khối lượng m = 100g.



a) Treo lò xo theo phương thẳng đứng, đầu trên cố định. Khi mắc vào đầu dưới lò xo vật m thì chiều dài của nó là l = 50cm. Tính hệ số cứng của lò xo.

b) Cắt lò xo trên thành hai phần L_1 và L_2 có chiều dài lần lượt là l_1 = 15cm và l_2 = 30cm rồi mắc chúng theo phương thẳng đứng vào m như hình, A và B là điểm cố định. Tại thời điểm ban đầu giữ vật m sao cho hai lò xo không biến dạng. Sau đó thả nhẹ để vật dao động không vận tốc ban đầu.

– Chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa. Viết phương trình và tính chu kì dao động.

– Tính lực lớn nhất và nhỏ nhất mà cơ hệ tác dụng lên điểm B.

Lấy g = 10 m/s^2 và bỏ qua mọi ma sát.

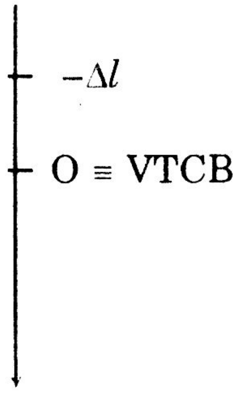
(ĐHSư phạm Hà Nội – 1998)

Giải

a) Điều kiện cân bằng:

$$mg = K(l - l_0)$$

$$\rightarrow K = \frac{mg}{(l - l_0)} = \frac{0,1.10}{0,5 - 0,45} = 20 \text{ N/m}.$$



b) Gọi K_1, K_2 là độ cứng của hai lò xo:

$$K_1 = \frac{l_0}{l_1}K_0 = \frac{45}{15}.20 = 60 \text{ N/m}.$$

$$K_2 = \frac{l_0}{l_2}K_0 = \frac{45}{30}.20 = 30 \text{ N/m}.$$

Phương trình dao động: $x = a.\sin(\omega t + \varphi)$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \sqrt{\frac{60 + 30}{0,1}} = 30 \text{ rad/s}.$$

Chu kì: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2.3,14}{30} = 0,21$ (s).

Khi m ở vị trí cân bằng:

$$(K_1 + K_2)\Delta l = mg$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{K_1 + K_2} = \frac{0,1.10}{60 + 30} = \frac{1}{90} m = \frac{10}{9} cm.$$

$t = 0$; $x = -\Delta l = -\frac{10}{9}$ cm; $v = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{10}{9} = A\sin\varphi \\ 0 = A\omega\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{2} \\ A = \frac{10}{9} = 1,1cm \end{cases}$$

$x = 1,1\sin(30t - \frac{\pi}{2})$cm.

Trong quá trình dao động của m:

– Khi ở vị trí biên (âm) K_2 không biến dạng:

$$F_{min} = 0.$$

– Khi ở vị trí biên dưới, độ biến dạng:

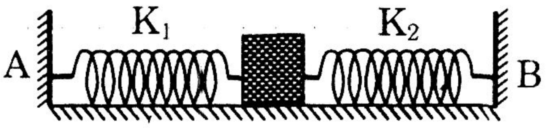
$$\Delta l' = 2\Delta l = 2.\frac{10}{9} cm = \frac{0,2}{9} m.$$

$$F_{max} = K_2.\Delta\lambda' = 30.\frac{0,2}{9} \approx 0,67N.$$

4. Một lò xo có cấu tạo đồng đều, độ cứng $K_0 = 30$ N/m, chiều dài tự nhiên l_0 được cắt thành hai lò xo L_1 và L_2 có độ cứng và chiều dài tương ứng là K_1, l_1 và K_2, l_2 với $l_1 : l_2 = 2 : 3$.

a) Tính độ cứng K_1 và K_2.

b) Bố trí dao động như hình vẽ. A và B cố định, vật m có kích thước không đáng kể có thể trượt dọc theo phương nằm ngang, khối lượng của vật m = 800g. Đưa vật theo phương AB từ vị trí cân bằng tới vị trí sao cho lò xo L_1 dãn 6cm, lò xo L_2 nén 1cm.



Sau đó thả vật đồng thời truyền cho nó một vận tốc ban đầu $V_0 = 0,5$ m/s theo phương AB hướng về vị trí cân bằng. Chứng minh rằng vật dao động điều hòa. Chọn gốc thời gian là lúc thả vật, viết phương trình dao động. Tính độ lớn của lực tác dụng lên điểm A tại thời điểm vận tốc của vật bằng không.

Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng các lò xo. Chiều dương của trục tọa độ hướng từ A đến B.

(ĐH Xây dựng – 2000)

Giải

a) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{3}{2} = 1,5.$

$\Rightarrow K_1 = 1,5K_2.$

$l_0 = l_1 + l_2 = 2 + 3 = 5\text{cm}.$

$\Rightarrow \frac{K_0}{K_1} = \frac{l_1}{l_0} = \frac{2}{5} = 0,4.$

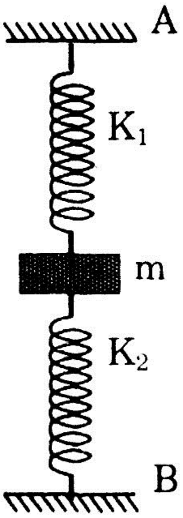
$\Rightarrow K_1 = 2,5K_0 = 2,5.30 = 75$ N/m.

$\frac{K_0}{K_2} = \frac{l_2}{l_0}$

$\Rightarrow K_2 = \frac{5}{3}.30 = 50$ N/m.

b) $\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \sqrt{\frac{125}{0,8}} = 12,5$ (rad/s).

5.



Hai lò xo có độ dài tự nhiên và có độ cứng tương ứng là $L_{01} = 20$cm; $K_1 = 15$ N/m và L_{02}; $K_2 = 20$ N/m.

Một vật có khối lượng 200g, có bề dày 4cm, được nối vào hai đầu lò xo, hai đầu còn lại của lò xo được nối vào hai điểm cố định A, B có chiều dài AB = 52cm. Biết gia tốc trọng trường $g = 10$ m/s^2.

a) Đặt AB thẳng đứng như hình. Khi m nằm cân bằng thì độ dài hai lò xo bằng nhau. Tìm độ dài tự nhiên của lò xo thứ hai L_{02}.

b) Cho m dao động theo phương thẳng đứng. Chứng minh rằng m dao động điều hòa. Tính chu kì T.

c) Đưa m đến vị trí mà lò xo thứ nhất không biến dạng, rồi cung cấp cho vật vận tốc ban đầu $V_0 = 30,55$ cm/s theo phương thẳng đứng hướng lên trên. Chọn lúc đó là gốc thời gian và vị trí cân bằng là gốc trục Ox hướng thẳng xuống dưới. Viết phương trình dao động của vật m.

(ĐH Công Đoàn – 2000)

Giải

a) Khi m ở vị trí cân bằng O:

$$l_{cb1} = l_{cb2} = \frac{AB - d}{2} = \frac{52 - 4}{2} = 24\text{cm}.$$

Vậy lò xo bị dãn:

$$\Delta l_1 = l_1 - l_{01} = 4\text{cm}.$$

Lực đàn hồi hướng lên trên:

$$F_{01} = K_1.\Delta l_1 = 15.0{,}04 = 0{,}6\text{N}.$$

Trọng lượng của m:

$$P = mg = 0{,}2.10 = 2\text{N} > F_{01}$$

$\Rightarrow \vec{F}_{01} \uparrow\uparrow \vec{F}_{02} \Rightarrow F_{02} = P - F_{01} = 2 - 0{,}6 = 1{,}4\text{N}.$

Độ biến dạng nén của lò xo 2:

$$\Delta l_2 = \frac{F_{02}}{K_2} = \frac{1{,}4}{K_2} = \frac{1{,}4}{20} = 0{,}07\text{m} = 7\text{cm}.$$

Chiều dài tự nhiên của l_2:

$$\Delta l_2 = l_2 + l_{02} = 24 + 7 = 31\text{cm}.$$

b) Chọn trục Ox như hình:

Khi m lệch khỏi O một đoạn x:

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a}$$

Xét trên Ox:

$$P - K_1(\Delta l_1 + x) - K_2(\Delta l_2 + x) = ma_x = mx''$$

$$\underbrace{P - K_1\Delta l_1 - K_2\Delta l_2}_{0} - (K_1 + K_2)x = mx''$$

$\Rightarrow x'' = -\omega^2 x$ với $\omega = \sqrt{\dfrac{K_1 + K_2}{m}}$

$\Rightarrow$ phương trình dao động điều hòa:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Chu kì:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}} = 2.3{,}14\sqrt{\frac{0{,}2}{35}} \approx 0{,}475\ (\text{s}).$$

c) $A = \sqrt{x_0^2 + \dfrac{v^2}{\omega^2}}$

$x_0 = l_1 - l_{01} = 4\text{cm}$

$$\omega = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \sqrt{\frac{35}{0{,}2}} = \sqrt{175} = 13{,}22\ (\text{rad/s}).$$

$$A = \sqrt{4^2 + \frac{(30,55)^2}{(13,22)^2}} = 4,62\ (cm).$$

$t = 0;\ x = -4cm;\ v = 30,55\ cm/s$

$$-A = A\sin\varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = 4,62\sin(13,22t - \frac{\pi}{2})cm.$$

$$\begin{cases} -4 = 4,62\sin\varphi \\ -30,55 = 4,62.13,22\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = 4,52\sin(13,22t - \frac{2\pi}{3})cm.$$

Loại 7. NĂNG LƯỢNG DAO ĐỘNG

I. PHƯƠNG PHÁP

Con lắc lò xo dao động điều hòa:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$
$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

1. Thế năng: $E_t = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$

2. Động năng: $E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$.

Do $K = m\omega^2 \Rightarrow E_d = \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \varphi)$.

3. Cơ năng: $E = E_t + E_d = \frac{1}{2}K\omega^2A^2(\sin^2[\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)]$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = const.$$

4. Kết luận: Trong quá trình dao động điều hòa có sự chuyển hóa giữa thế năng và động năng, cơ năng là không đổi và tỉ lệ với bình phương biên độ dao động.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một con lắc lò xo có khối lượng 0,5kg, dao động điều hòa theo phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, hệ số đàn hồi của lò xo là $K = 50$ N/m. thời điểm ban đầu được chọn vào lúc vận tốc của con lắc là 0,1 m/s và gia tốc là $-\sqrt{3}\ m/s^2$.

a) Xác định biên độ A, pha ban đầu φ và chu kì dao động của con lắc.

b) Hãy tính động năng và thế năng của con lắc tại thời điểm sau lúc ban đầu 13,25 chu kì.

c) Giả sử trong con lắc trên ta thay bằng chiếc lò xo khác thành con lắc mới dao động điều hòa với cơ năng bằng $\frac{1}{3}10^{-2}$J, điều kiện ban đầu K' = 450 N/m vẫn chọn giống như trên. Hãy viết phương trình dao động.

Giải

a) Phương trình li độ: $x = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Phương trình vận tốc: $v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ (1)

Phương trình gia tốc: $a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$ (2)

Với: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0,5}} = 10$ rad/s; $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,628$s.

Từ (1) và (2), suy ra: $A = \frac{1}{\omega}\sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{\omega}\right)^2}$

Thay số: $A = \frac{1}{10}\sqrt{0,1^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{10}\right)^2} = 0,02\text{m} = 2\text{cm}.$

$t = 0;\ a = -\sqrt{3}\ \text{m/s}^2;\ v = 0,1\ \text{m/s}.$

$$\begin{cases} 0,1 = 0,02.10.\sin\varphi \\ -\sqrt{3} = -0,02.10^2.\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$x = 0,02\cos(10t - \frac{\pi}{6})$m

$\Rightarrow v = -0,2\sin(10\pi t - \frac{\pi}{6})$ m/s.

b) Động năng vào thời điểm $t = 13,25T = 13,25(0,2\pi) = 2,65\pi$.

$E_d = \frac{1}{2}mv^2$

$E_d = \frac{0,5}{2}(-0,2)^2.\sin^2(26,5\pi - \frac{\pi}{6}) = 0,75.10^{-2}$J.

Cơ năng: $E = \frac{1}{2}m\omega^2.A^2 = \frac{1}{2}.0,5.100.(0,02)^2 = 10^{-2}$J.

Thế năng: $E_t = E - E_d = 0,25.10^{-2}$J.

c) Gọi K' là độ cứng của lò xo thứ hai. A' là biên độ dao động, theo câu trên ta có:

$$A' = \frac{1}{\omega'}\sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{\omega'}\right)^2} = \sqrt{\frac{m}{K'}}\sqrt{v^2 + \frac{ma^2}{K'}} \qquad (3)$$

$$E' = \frac{1}{2}K'.A'^2 \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{1}{2}m(v^2 + \frac{ma^2}{K'}) = \frac{1}{3}.10^{-2}$

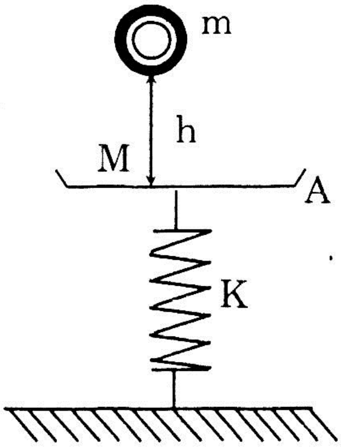
$\Rightarrow \frac{1}{2}.0,5(0,01 + \frac{0,5.3}{K'}) = \frac{1}{3}.10^{-2} \Rightarrow K' = 450$ N/m.

$\Rightarrow A' = \sqrt{\frac{2E'}{K'}} = \sqrt{\frac{2.\frac{1}{3}.10^{-2}}{450}} = \sqrt{3}.10^{-2}m \approx 1,73cm.$

$\omega' = \sqrt{\frac{K'}{m}} = \sqrt{\frac{450}{0,5}} = 30$ rad/s.

$x = 1,73\cos(30t - \frac{\pi}{6})$cm.

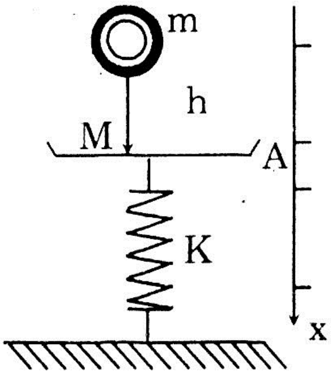
2. Một cái đĩa khối lượng M = 100g đặt trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng K = 25 N/m. Đĩa cân bằng ở vị trí A. Một cục nhựa nhỏ khối lượng m = 11g rơi không vận tốc đầu từ độ cao h = 9,25cm (so với đĩa M) xuống đĩa (H.vẽ) rồi nằm yên tại đĩa.



a) Hãy thiết lập phương trình dao động của hệ. Coi các lực cản và ma sát nhỏ không đáng kể.

b) Tính lực cản cực đại và cực tiểu tác dụng lên sàn.

Giải



a) Cục nhựa rơi tự do, khi tới mặt đĩa nó có vận tốc: $v = \sqrt{2gh}$.

Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$mv + 0 = (m + M)v_0$$

Suy ra: $v_0 = \frac{m}{m + M}v = \frac{m}{m + M}\sqrt{2gh}$.

Với v_0 là vận tốc (ban đầu) của hệ nhựa + đĩa khi cục nhựa vừa dính vào đĩa.

Gọi O là vị trí cân bằng của đĩa có cục nhựa (O sẽ dùng làm gốc tọa độ Ox thẳng đứng, hướng xuống dưới) (hình vẽ) ta có:

$$OA = |x_0| = \frac{mg}{K}.$$

Hệ nhựa + đĩa gắn vào đầu lò xo nêu trên dao động điều hòa.

Tại thời điểm ban đầu: hệ có vị trí A ứng với:

$$x_0 = -OA = -\frac{mg}{K}$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{11.10^{-3}.10}{25} = -4{,}4.10^{-3}\ (m) = -4{,}4\ (mm).$$

Vận tốc ban đầu:

$$v_0 = \frac{m}{m+M}\sqrt{2gh}$$

$$v_0 = \frac{11.10^{-3}}{(11+100).10^{-3}}\sqrt{2.10.9{,}25.10^{-2}} = 0{,}1348\ m/s.$$

Phương trình dao động của hệ là:

$$x = A'\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Với } \omega = \sqrt{\frac{K}{m+M}} = \sqrt{\frac{25}{(11+100).10^{-3}}} \approx 15\ rad/s.$$

Tại $t = 0$; $x = x_0 = -4{,}4m$; $v_0 = 134{,}8mm/s$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 = A'\sin\varphi = -4{,}4 \\ v_0 = A'\omega\cos\varphi = 134{,}8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow tg\varphi = \frac{\omega x_0}{v_0} = \frac{-15.4{,}4}{134{,}8} = -0{,}49$$

$$\Rightarrow \varphi = -26^0 = (-0{,}456rad)$$

$$A' = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 0{,}010m = 10mm.$$

$$\Rightarrow x = 10\sin(15t - 0{,}456)\ (mm)$$

b) Lực cực đại tác dụng lên sàn chính là lực đàn hồi cực đại của lò xo:

$$F_{max} = (M + m)g = KA'$$

$$F_{max} = (100 + 11)10^{-3}.10 + 25.0{,}01 = 1{,}36N$$

Độ biến dạng của lò xo khi gắn (m + M):

$$\Delta l = \frac{(m+M)g}{K}$$

$$\Delta l = \frac{(11+100).10^{-3}.10}{25} = 0{,}0444m = 444mm.$$

$$\Delta l > A'$$

Lực cực tiểu tác dụng lên sàn:

$$F_{min} = (M + m)g - K.A'$$

$$F_{min} = (100 + 11).10^{-3}.10 - 25.0{,}01 = 0{,}86N$$

3. Có một chất điểm khối lượng $m = 0{,}01kg$ thực hiện dao động điều hòa theo quy luật cosin với chu kì $T = 2s$ và pha ban đầu bằng không. Năng lượng toàn phần của chất điểm là $E = 10^{-4}J$.

a) Tính biên độ dao động của chất điểm.

b) Viết phương trình dao động của chất điểm.

c) Tính lực hồi phục cực đại tác dụng lên nó.

Giải

a) Tính biên độ dao động A của chất điểm:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$$

$$E = \frac{1}{2}m.\omega^2.A^2 \Rightarrow A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$A = \frac{1}{3{,}14}\sqrt{\frac{2.10^{-4}}{0{,}01}} = 0{,}045\text{m} = 4{,}5\text{cm}.$$

b) Phương trình dao động của chất điểm: $x = 4{,}5\cos\pi t$cm

c) Tính lực hồi phục cực đại:

$$F_{max} = K.A = m.\omega^2 A = 0{,}01.\pi^2.0{,}045 = 0{,}0045\text{N}.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một vật khối lượng m treo bằng một lò xo vào một điểm cố định O thì dao động với tần số 5Hz. Treo thêm một vật khối lượng $\Delta m = 38$g vào vật thì tần số dao động là f. Cho độ cứng K = 162N/m của lò xo. Lấy $\pi^2 = 10$. Tính f.

A. 5,6Hz B. 10,32Hz C. 2,42Hz D. 4,5Hz

2. Một lò xo, hệ số đàn hồi K, có thế năng ở vị trí cân bằng là E, khi ở trạng thái có li độ x so với vị trí cân bằng lò xo sẽ có thế năng là:

A. $E_t = \frac{1}{2}Kx^2$ B. $E_t = \frac{1}{2}Kx$

C. $E_t = \frac{1}{2}Kx^2 + E_0$ D. $E_t = -\frac{1}{2}Kx^2$

3. Một con lắc lò xo gồm một quả cầu có khối lượng 100g gắn vào đầu một lò xo có độ cứng 160N/m. Kéo quả cầu lệch khỏi vị trí cân bằng 5cm rồi buông ra cho dao động.

Tính động năng của quả cầu khi có động năng bằng 3 lần thế năng dao động.

A. $E_d = 1500$J B. $E_d = 500$J C. $E_d = 0{,}15$J D. E_d 0,05J

4. Một con lắc lò xo gồm một quả nặng có khối lượng m = 100g và lò xo có khối lượng không đáng kể. Con lắc dao động điều hòa với chu kì 0,2s và biên độ 4cm.

Tính động năng ở vị trí có li độ x = 2cm. Lấy $\pi^2 = 10$.

A. 0,12J B. 0,08J C. 0,06J D. 0,02J

5. Một vật có khối lượng m = 2kg dao động điều hòa có:

$x = 10\sin(3t + \frac{\pi}{2})$cm. Cơ năng của hệ:

A. 900J B. 300J C. 0,09J D. 0,03J

6. Hệ con lắc lò xo (m, k) thực hiện dao động điều hòa có phương trình: $x = 2\sin(20t + \frac{\pi}{3})$cm; với m = 100g. Tìm K và cơ năng của hệ:

A. K = 40N/m; E = 80 (J) B. K = 0,25N/m; E = 8 (J)

C. K = 40N/m; E = $0,8.10^{-2}$(J) D. K = 40000N/m; E = 8 (J)

7. Một con lắc lò xo có độ cứng k = 150N/m, khối lượng m và có năng lượng dao động E = 0,12J. Khi con lắc có li độ là 2cm, vận tốc là 1m/s thì biên độ là:

A. 0,04cm B. 2,1cm C. $2\sqrt{2}$ cm D. 4cm

8. Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với cơ năng là 0,005J. Biết vật nặng có khối lượng 100g, lò xo có độ dãn 4cm khi vật nặng đi qua vị trí cân bằng. Cho $g \approx \pi^2 \approx 10(m/s^2)$. Tính độ lớn lực hồi phục lúc lò xo có độ dãn 3cm.

A. 75N B. 1,25N C. 0,75N D. 0,25N

9. Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa. Chọn gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, vật qua vị trí có li độ x = –4cm, đang chuyển động theo chiều dương của trục tọa độ Ox và khi đó động năng bằng 3 lần thế năng dao động. Tính biên độ.

A. 10cm B. 8cm C. 4cm D. 2cm

10. Khi một vật dao động điều hòa dọc theo trục x theo phương trình x = 5cos(2t)m, hãy xác định vào thời điểm nào thì cơ năng của vật cực đại.

A. Cơ năng không thay đổi B. t = π/4(s)

C. t = π/2(s) D. t = π(s)

11. Một con lắc lò xo gồm: lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng 40N/m gắn với quả cầu có khối lượng m. Cho quả cầu dao động với biên độ 5cm. Hãy tính động năng của quả cầu ở vị trí ứng với li độ 3cm.

A. 0,032J B. 3200J C. 0,64J D. 0,32J.

12. Một chất điểm khối lượng m = 0,01kg thực hiện dao động điều hòa theo quy luật cosin với chu kì T = 2s và pha ban đầu bằng không. Năng lượng toàn phần của chất điểm là $E = 10^{-4}$J.

Tính biên độ dao động của chất điểm.

A. 20cm B. 4,5cm C. 3,1cm D. 1,12cm.

13. Năng lượng của hệ dao động điều hòa biến đổi như thế nào trong quá trình dao động?

A. Cơ năng của hệ dao động là hằng số và tỉ lệ với biên độ dao động.

B. Thế năng của hệ dao động giảm đi khi động năng tăng lên và ngược lại.

C. Năng lượng của hệ được bảo toàn: cơ năng của hệ giảm bao nhiêu thì nội năng tăng bấy nhiêu.

D. Năng lượng mà hệ dao động nhận được từ bên ngoài trong mỗi chu kì đúng bằng phần cơ năng của hệ bị giảm đi do sinh công để thắng các lực cản trong một chu kì.

14. Trong dao động điều hòa của con lắc đơn, cơ năng của con lắc bằng:

A. Thế năng của nó ở vị trí biên.

B. Động năng của nó ở vị trí cân bằng.

C. Tổng cộng động năng và thế năng ở vị trí bất kỳ.

D. Cả A, B, C đúng.

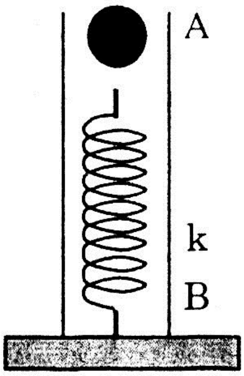
15. Điều nào sau đây là sai khi nói về năng lượng trong dao động điều hòa của con lắc lò xo.

A. Cơ năng là một hàm sin theo thời gian với tần số bằng tần số dao động của con lắc.

B. Cơ năng của con lắc tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động.

C. Có sự chuyển hóa qua lại giữa động năng và thế năng.

D. Cơ năng không thay đổi.



IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: D. 4,5Hz.

2. Đáp án: C. $E_t = \frac{1}{2}Kx^2 + E_0$

3. Đáp án: C. $E_đ = 0{,}15J$

4. Đáp án: C. 0,06J

5. Đáp án: C. 0,09J

6. Đáp án: C. $K = 40N/m$, $E = 0{,}8.10^{-2}J$.

7. Đáp án: D. 4cm

8. Đáp án: D. 0,25N

9. Đáp án: B. 8cm.

10. Đáp án: A. Cơ năng không thay đổi.

11. Đáp án: D. 0,32J

12. Đáp án: B. 4,5cm

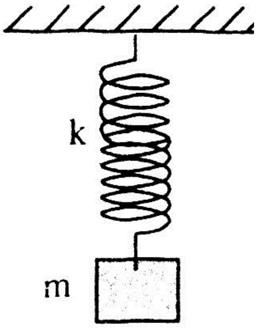
13. Đáp án: D. Năng lượng mà hệ dao động nhận được từ bên ngoài trong mỗi chu kì đúng bằng phần cơ năng của hệ bị giảm đi do sinh công để thắng các lực cản trong một chu kì.

14. Đáp án: D. Cả A, B, C đúng.

15. Đáp án: A. Cơ năng là một hàm số sin theo thời gian với tần số bằ tần số dao động của con lắc.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ, khối lượng m = 150g treo vào m lò xo L thẳng đứng, có độ cứng k = 60N/m như hình vẽ.



a) Kéo vật m theo phương thẳng đứng xuống dưới cách vị trí cân bằng một đoạn 5cm, rồi thả cho vật chuyển động không vận tốc ban đầu. Vật m dao động điều hòa. Viết phương trình dao động, chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống. Thời điểm ban đầu là lúc thả vật.

b) Viết biểu thức tức thời của động năng và thế năng của vật m. Vẽ thị sự phụ thuộc vào thời gian của động năng và thế năng. Xác định c thời điểm động năng bằng thế năng và chỉ rõ các thời điểm đó trên đồ thị

(Đại học Quốc gia Hà Nội và Học viện Ngân hàng – 200

Giải

Chọn trục tọa độ hướng thẳng đứng có chiều dương hướng xuống.

Chọn gốc thời gian lúc thả vật:

a) Khi vật ở vị trí cân bằng: $P = F_{dh} \Leftrightarrow mg = K\Delta l_0$.

$$\Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{K} = \frac{0,15.10}{60} = 0,025\text{m} = 2,5\text{cm}.$$

Phương trình dao động của con lắc lò xo:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$x = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $A^2 = x^2 + \left(\dfrac{v}{\omega}\right)^2$

Lúc $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 5\text{cm} \\ v_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 5\text{cm}$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 1 \\ co\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Tần số góc: $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{60}{0,15}} = 20\text{rad/s}$

Phương trình dao động của vật: $x = 5\sin(20t + \dfrac{\pi}{2})\text{m}$

$$v = 100\cos(20t + \frac{\pi}{2})\text{cm/s} = 1.\cos(20t + \frac{\pi}{2})\text{m/s}$$

b) Động năng của vật:

$$E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2.\omega^2.\cos^2(20t + \frac{\pi}{2})$$

$$E_đ = \frac{1}{2}.0,15.1.\cos^2(20t + \frac{\pi}{2})$$

$$E_đ = 0,075\cos^2(20t + \frac{\pi}{2})J$$

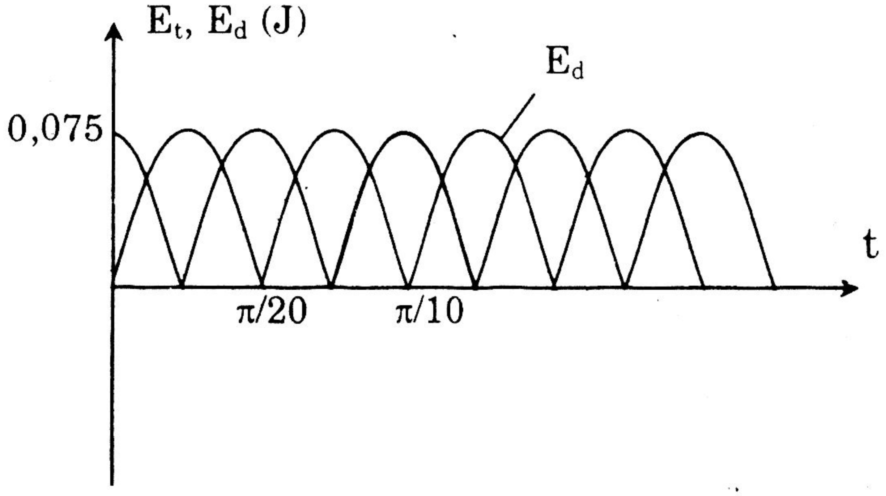
Thế năng của vật:

$$E_t = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2.\sin^2(20t + \frac{\pi}{2})$$

$$E_t = \frac{1}{2}.60.5^2.10^{-4}.\sin^2(20t + \frac{\pi}{2})$$

$$E_t = 0,075\sin^2(20t + \frac{\pi}{2})J$$

Đồ thị:



2. Một lò xo khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên l_0 = 25cm được treo thẳng đứng trong trọng trường gia tốc g = 10m/s^2. Ở đầu kia của lò xo, treo vào một quả cầu nhỏ khối lượng 100g. Cho biết độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng vật treo: với 20g thì lò xo dãn 5mm. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của môi trường. Kéo quả cầu theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng rồi buông ra không vận tốc đầu (ở thời điểm t = 0) cho quả cầu dao động điều hòa. Chọn chiều dương trục tọa độ hướng xuống, gốc tại vị trí cân bằng.

a) Tính chu kì dao động. Viết phương trình dao động của quả cầu biết rằng ở thời điểm $\frac{\pi}{20}$ giây, vị trí của quả cầu là x = –2cm.

b) Tính tỉ số giữa động năng và thế năng của quả cầu khi ở vị trí x = 1,5cm.

(Cao đẳng Kinh tế Đối ngoại – 2001)

Giải

a) Độ dãn của lò xo khi treo vật nặng 100g:

$$\Rightarrow \Delta l_0 = \frac{100}{20}.5 = 25mm = 2,5cm.$$

Khi vật ở vị trí cân bằng: $P = F_{dh} \Leftrightarrow mg = K\Delta l_0$

$$K = \frac{mg}{\Delta l_0} = \frac{100.10^{-3}.10}{25.10^{-3}} = 40N/m$$

Tần số góc của vật: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{40}{10.10^{-3}}} = 20rad/s.$

Chu kỳ dao động của vật:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = 0,1\pi \approx 0,314s.$$

Phương trình dao động của con lắc lò xo:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\ (1)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)\ (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

Lúc $t = 0 \Rightarrow x = x_0 = A;\ v = v_0$

$\Rightarrow A = A\sin\varphi \Rightarrow \sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow x = A\sin(20t + \frac{\pi}{2})cm$

$v = 20A\cos(20t + \frac{\pi}{2})cm/s$

Lúc $t = \frac{\pi}{20}s;\ x_1 = -2cm$

$\Leftrightarrow A\sin(20\frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{2}) = -2 \Rightarrow A = 2cm$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 2\sin(20t + \frac{\pi}{2})cm$$

$$v = 40\cos(20t + \frac{\pi}{2})cm/s$$

b) Khi quả cầu ở vị trí x = 1,5cm:

Thế năng: $E_t = \frac{1}{2}Kx^2$

Cơ năng: $E = \frac{1}{2}KA^2$

Động năng: $E_đ = E - E_t = \frac{1}{2}K(A^2 - x^2)$

$$\Rightarrow \frac{E_đ}{E_t} = \frac{(A^2 - x^2)}{x^2} = \frac{(2^2 - 1{,}5^2)}{1{,}5^2} = \frac{7}{9} \approx 0{,}78$$

3. Một con lắc lò xo khối lượng $m = \sqrt{2}$ (kg) dao động điều hòa theo phương nằm ngang. Vận tốc của vật có độ lớn cực đại bằng 0,6 (m/s). Chọn thời điểm $t = 0$ lúc vật qua vị trí $x_0 = 3\sqrt{2}$ (cm) theo chiều âm và tại đó thế năng bằng động năng. Tính chu kì dao động của con lắc và độ lớn của lực đàn hồi tại thời điểm $t = \frac{\pi}{20}$ (s).

(Trường Đại học Cần Thơ - 1999)

Giải

Phương trình dao động của con lắc lò xo:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (2)$$

Vận tốc cực đại của vật:

$$v_{max} = 0{,}6m/s \Leftrightarrow A.\omega = 0{,}6m/s = 60cm/s \ (3)$$

Lúc $t = 0$; $x_0 = 3\sqrt{2}$ cm; $v_0 < 0$

$$E_đ = E_t \Leftrightarrow \frac{1}{2}m v_0^2 = \frac{1}{2}K x_0^2$$

Mà: $E = E_đ + E_t \Rightarrow E = 2E_t$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}K x_0^2 \Rightarrow A = \sqrt{2}\,x_0$$

$$\Rightarrow A = x_0\sqrt{2} = 3\sqrt{2}\,\sqrt{2} = 6cm$$

Thế $A = 6cm$ vào (3) $\Rightarrow \omega = 10rad/s$

Chu kỳ dao động của con lắc:

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0{,}2\pi = 0{,}62s$$

Lúc $t = 0 \Rightarrow x_0 = 3\sqrt{2}$ cm và $v_0 < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4}$$

Phương trình dao động của vật:

$$x = 6\sin(10\pi t + \frac{3\pi}{4})cm$$

$$v = 60\cos(10\pi t + \frac{3\pi}{4})cm/s$$

Lúc $t = \frac{\pi}{20}$ vật có li độ:

$$x_1 = 6\sin(10\frac{\pi}{20} + \frac{3\pi}{4}) = -3\sqrt{2}\text{ cm}$$

Độ lớn lực đàn hồi của lò xo tại $t = \frac{\pi}{20}$ s

$$F = K|x_1| = m.\omega^2.|x_1| = \sqrt{2}.10^2.3\sqrt{2}.10^{-2} = 6N$$

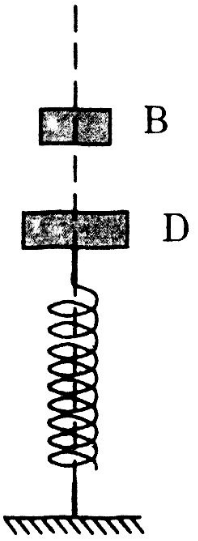
4. Con lắc lò xo có độ cứng K, một đầu cố định trên nền nhà, đầu kia gắn vật nặng D khối lượng m, sao cho trục lò xo thẳng đứng.

a) Kích thích cho D dao động điều hòa theo phương thẳng đứng thì chu kì dao động $T_1 = 0{,}1\pi\sqrt{3}$ s. Nếu khối lượng của vật giảm đi một lượng $\Delta m = 200$g thì chu kì dao động $T_2 = 0{,}1\pi$s. Tính độ cứng k và khối lượng m.

b) Khi vật D đang đứng yên, cho vật B khối lượng m' = 100g có vận tốc $v' = \sqrt{3}$ m/s. Sau đó B và D gắn với nhau và cùng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng:

– Chọn trục tọa độ theo phương thẳng đứng, có chiều (+) hướng lên; gốc tọa độ là vị trí cân bằng của hệ vật BD; gốc thời gian là lúc va chạm. Viết phương trình dao động.

– Viết biểu thức tức thời của thế năng và động năng của con lắc. Xác định những thời điểm mà thế năng bằng động năng, chỉ rõ các thời điểm đó. Lấy $g = 10m/s^2$.



(CĐ Công nghiệp Hà Nội – 2003)

Giải

a) Chu kỳ dao động của vật có khối lượng m: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Chu kỳ dao động của vật có khối lượng m – Δm: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m - \Delta m}{K}}$

Ta có: $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m}{m - \Delta m}} \Leftrightarrow \frac{0{,}1\pi\sqrt{3}}{0{,}1\pi} = \sqrt{\frac{m}{m - \Delta m}}$

$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}\Delta m = \frac{3}{2}.0{,}2 = 0{,}3$kg.

$$K = \frac{m.4\pi^2}{T_1^2} = \frac{0{,}3.4\pi^2}{(0{,}1\pi\sqrt{3})^2} = 40N/m$$

b) Vận tốc của hệ ngay sau va chạm. Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$(m + m')v_0 = m'v' \Rightarrow (0{,}3 + 0{,}1)v_0 = 0{,}1\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}\ \text{m/s} = 25\sqrt{3}\ \text{cm/s}$$

Độ biến dạng thêm của con lắc lò xo khi hệ cân bằng:

$$\Delta l = \frac{mg}{K} = \frac{0{,}1.10}{40} = 0{,}025\text{m} = 2{,}5\text{cm}$$

Phương trình dao động của hệ:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\ (1)$$

$$v = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi)\ (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $A^2 = x^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$

Với: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m + m'}} = \sqrt{\frac{40}{0{,}3 + 0{,}1}} = 10\text{rad/s}$

$$t = 0;\ x = 2{,}5\text{cm};\ v = -\frac{\sqrt{3}}{4}\ \text{m/s} = -\frac{100\sqrt{3}}{4}\ \text{cm/s}$$

$$\Rightarrow A^2 = (2{,}5)^2 + \left(\frac{100\sqrt{3}}{4.10}\right)^2 = 25 \Rightarrow A = 5\text{cm}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2{,}5 = 5\sin\varphi \\ \dfrac{100\sqrt{3}}{4} = 5.10\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0{,}5 \\ \cos\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow x = 5\sin(10t + \frac{5\pi}{6})\text{cm}$$

- Xác định những thời điểm mà thế năng bằng động năng

$$E_t = E_d \text{ mà } E = E_t + E_d$$

$$\Rightarrow E = 2E_t \Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = 2\left(\frac{1}{2}Kx^2\right)$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sin(10t + \frac{5\pi}{6})$$

$$\Rightarrow \sin(10t - \frac{5\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10t + \dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ 10t + \dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

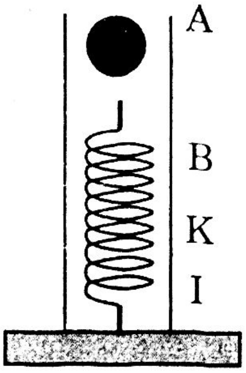
$$\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{-7\pi}{120} + 0{,}2k\pi \\ t = \dfrac{-\pi}{120} + 0{,}2k\pi \end{array}\right. \quad (k \in N^*)$$

Tính t khi $x = \frac{-A\sqrt{2}}{2} \Rightarrow -\frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sin(10t + \frac{5\pi}{6})$

$$\Rightarrow \sin(10t - \frac{5\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10t + \frac{5\pi}{6} = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \\ 10t + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-13\pi}{120} + 0{,}2k\pi \\ t = \frac{5\pi}{120} + 0{,}2k\pi \end{array}\right. \quad (k \in N^*)$$



5. Vật nhỏ khối lượng m = 0,1kg được thả từ độ cao h_A = 20,5m (So với điểm I). Vật rơi và dính chặt vào đầu một lò xo có độ cứng k = 100N/m và độ dài tự nhiên l_0 = 20cm. Lấy $g = 10m/s^2 \approx \pi^2 m/s^2$ bỏ quả ma sát.

a) Chứng minh vật dao động điều hòa.

b) Xác định độ cao của vật ở vị trí cân bằng.

c) Viết phương trình dao động điều hòa, lấy trục tọa độ hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, thời điểm ban đầu là lúc vật dính vào lò xo.

(ĐH Giao thông Vận tải – 1998)

Giải

a) Xét m gắn vào lò xo trong quá trình dao động luôn chịu tác dụng của 2 lực: Trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{\tau}$.

Xét khi m đứng yên ở vị trí cân bằng O: P = τ

⇒ mg = K.Δ*l* (Δ*l* là độ biến dạng của lò xo khi m ở vị trí cân bằng).

Khi m lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn x:

$$P - \tau = ma$$

$$\Rightarrow mg - K(\Delta l + x) = ma$$

$$\Rightarrow \underbrace{mg - K.\Delta l}_{0} - Kx = ma$$

$$\Rightarrow a = x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

$$\Rightarrow x = a\sin(\omega t + \varphi);\ \text{với}\ \omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Vậy vật dao động điều hòa.

b) $\Delta l = \dfrac{mg}{K} = \dfrac{0{,}1.10}{100} = 10^{-2}m = 1cm$

Độ cao tính từ I của vật ở vị trí cân bằng: $OI = IB - \Delta l = 19cm$

c) Phương trình dao động:

$$x = a\sin(\omega t + \varphi)$$
$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 31{,}6 \approx 10.\pi \text{ (rad/s)}$$

Tính vận tốc của m ngay khi dính chặt vào lò xo.

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h_A - l_0)$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{2g(h_A - l_0)} = 0{,}316 \text{ (m/s)}$$
$$t = 0;\ x = -\Delta l = -1 \text{ (cm)};\ v = 31{,}6 \text{(cm/s)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = A\sin\varphi \\ 31{,}6 = A.31{,}6.\cos\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \dfrac{\pi}{4} \\ A = \sqrt{2}cm \approx 1{,}41cm \end{cases}$$

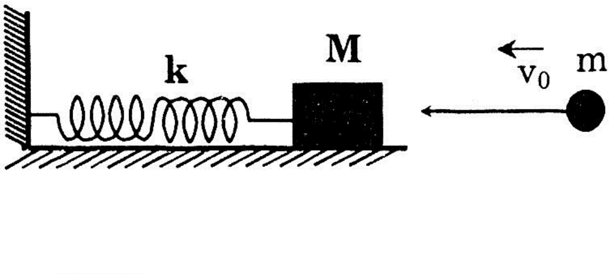
$$x = \sqrt{2}\sin(10\pi t - \frac{\pi}{4})cm$$

6. Cho một hệ dao động như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng K. Vật M = 400g có thể trượt không ma sát trên một mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật m_0 = 100g bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc v_0 = 1m/s. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hòa, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là 28cm và 20cm.

a) Tìm chu kì dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.

b) Đặt một vật m = 100g lên trên vật M, hệ gồm hai vật M + m đang đứng yên, vẫn dùng vật m_0 bắn vào với cùng vận tốc v_0. Va chạm hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hòa. Viết phương trình dao động của hệ (M + m). Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.

c) Cho biết hệ số ma sát giữa m và M là 0,4. Hỏi vận tốc v_0 của vật m_0 phải là bao nhiêu để vật m vẫn đứng yên không bị trượt trên vật M trong hệ dao động. Cho $g = 10m/s^2$.



(ĐH Ngoại thương – 1999)

Giải

a) Chiều dài của lò xo khi không biến dạng:

$$l_0 = \frac{l_{max} + l_{min}}{2} = 24cm$$

Biên độ dao động: $A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 4cm$

Định luật bảo toàn động lượng:

$$m_0v_0 = m_0v_{1x} + Mv_2$$

$$\Rightarrow v_{1x} + 4v_2 = 1 \qquad (1)$$

Định luật bảo toàn động năng:

$$\frac{1}{2}m_0v_0^2 = \frac{1}{2}m_0v_{1x}^2 + \frac{M}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_{1x}^2 + 4v_2^2 = 1 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $v_{1x} = -0{,}6m/s$; $v_2 = 0{,}4m/s$

Vận tốc M ngay sau va chạm $v_2 = 0{,}4m/s$ chính là vận tốc cực đại khi M dao động điều hòa.

$$\omega = \frac{v_2}{A} = \frac{40}{4} = 10rad/s$$

Chu kỳ dao động: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}628$ (s)

Độ cứng K của lò xo: $K = M.\omega^2 = 0{,}4.10^2 = 40N/m$

b) Đặt m lên M:

Theo định luật bảo toàn động lượng:

$$m_0v_0 = m_0v_{1x} + (M + m)v$$

$\Rightarrow 1 = v_{1x} + 5v$

$\Rightarrow v_{1x} = 1 - 5v \qquad (3)$

Động năng của hệ:

$$\frac{1}{2}m_0v_0^2 = \frac{1}{2}m_0v_{1x}^2 + \frac{1}{2}(M + m)v^2$$

$$m_0v_0^2 = m_0v_{1x}^2 + (M + m)v^2$$

$\Rightarrow v_{1x}^2 + 5v_2^2 = 1^2 \qquad (4)$

Thế (3) vào (4)

$\Rightarrow 1^2 = (1 - 5v)^2 + 5v^2$

$\Rightarrow 30v^2 - 10v = 0 \Rightarrow v = \frac{1}{3}$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M + m}} = \sqrt{\frac{40}{0,4 + 0,1}} = 4\sqrt{5}\ \text{(rad/s)}$$

Phương trình dao động có dạng:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega.\cos(\omega t + \varphi)$$

$$t = 0;\ x = 0;\ v = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 0 \\ \omega A\cos\varphi = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \\ A = \dfrac{1}{3\omega\cos\kappa} = \dfrac{1}{3.4\sqrt{5}.1} = 0,037\text{m} = 3,7\text{cm} \end{cases}$$

Vậy phương trình dao động: $x = 3,7\sin(4\sqrt{5}\,t)$cm

VI. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Một cái đĩa nằm ngang có khối lượng M được gắn vào đầu trên của một lò xo thẳng đứng có độ cứng K. Đầu dưới của lò xo được giữ cố định. Đĩa có thể chuyển động theo phương thẳng đứng. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của không khí.

1*. Ban đầu đĩa ở vị trí cân bằng. Ấn đĩa xuống một đoạn A, rồi thả cho đĩa tự do. Hãy viết phương trình dao động của đĩa. Lấy trục tọa độ hướng lên trên, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của đĩa, gốc thời gian là lúc thả đĩa.

2*. Đĩa đang nằm ở vị trí cân bằng, người ta thả một vật khối lượng m rơi tự do từ độ cao h so với mặt đĩa. Va chạm giữa vật và mặt đĩa là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm đầu tiên, vật nảy lên và được giữ lại không rơi xuống đĩa nữa.

a) Tính tần số góc ω' của dao động của đĩa.

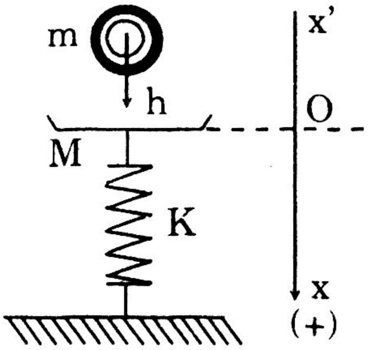
b) Tính biên độ A' của dao động của đĩa.

c) Viết phương trình dao động của đĩa. Lấy gốc thời gian là lúc vật chạm vào đĩa, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của đĩa lúc ban đầu, chiều của trục tọa độ hướng lên trên.

Áp dụng: M = 200g; m = 100g; K = 20N/m.

A = 4cm; h = 7,5cm; $g = 10\text{m/s}^2$.

(ĐH Sư phạm Hà Nội - 2001)



2. Một cái đĩa khối lượng M = 900g đặt trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng K = 25N/m. Một vật nhỏ m = 100g rơi không vận tốc ban đầu từ độ cao h = 20cm (so với đĩa) xuống đĩa rồi dính vào đĩa. Sau va chạm hai vật dao động điều hòa.

a) Viết phương trình dao động của hai vật, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của hai vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Cho $g = 10m/s^2$.

b) Tính các thời điểm để động năng của hai vật bằng ba lần thế năng của lò xo. Lấy gốc thế năng của lò xo là vị trí cân bằng của hai vật.

(ĐH Ngoại thương – cơ sở II TP.HCM – 2001)

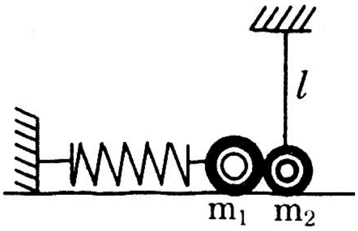
ĐS: a) $x = 4\sqrt{2}\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$cm; b) $t = \frac{\pi}{60} + \frac{2}{5}K\pi$; $t = \frac{17\pi}{12} + \frac{2}{5}K\pi$;

$t_1 = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{5}K\pi$; $t_2 = \frac{13\pi}{60} + \frac{2}{5}K\pi$ với K = 0, 1, 2, 3 ...

3. Con lắc đơn khối lượng $m_1 = 100g$ dài $l = 1m$. Con lắc lò xo gồm một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 25N/m$, khối lượng $m_2 = m_1 = m = 100g$.

1*. Tìm chu kì dao động riêng của mỗi con lắc.

2*. Bố trí hai con lắc sao cho khi hệ cân bằng, lò xo không biến dạng, dây treo thẳng đứng và hai quả cầu tiếp xúc nhau. Kéo m_1 lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 0,1$rad rồi buông tay.



a) Tìm vận tốc của quả cầu m_1 ngay trước lúc va chạm vào quả cầu m_2 (xem α là góc nhỏ).

b) Tìm vận tốc của quả cầu m_2 ngay sau khi va chạm vào quả cầu m_1 và độ nén cực đại của lò xo sau khi va chạm.

c) Tìm chu kì dao động của hệ.

Coi va chạm là xuyên tâm đàn hồi. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10m/s^2$, $\pi^2 = 10$

(ĐH Giao thông Vận tải Hà Nội – 1996)

ĐS: 1. 2s; 0,4s; 2. 0,316m/s; 2cm; 1,2s.

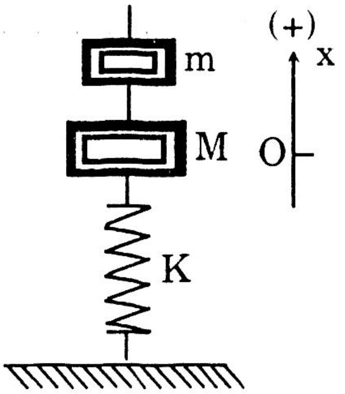
4. Con lắc lò xo gồm vật nặng M = 300g, lò xo có độ cứng K = 200N/m lồng vào một trục thẳng đứng như hình. Khi M đang ở vị trí cân bằng, thả vật m = 200g từ độ cao h = 3,75cm so với M. Coi ma sát không đáng kể, lấy $g = 10m/s^2$, va chạm là hoàn toàn mềm.

a) Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

b) Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hòa. Lấy t = 0 là lúc va chạm. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ tọa độ như hình vẽ, gốc O là vị trí cân bằng của M trước va chạm.

c) Tính biên độ dao động cực đại của hai vật để trong quá trình dao động m không rời khỏi M.

(ĐH Kinh tế Tp. Hồ Chí Minh – 2001)



ĐS: a) $v_0 = 0,866m/s$; $v = 0,345m/s$

b) $x = 2\sin\left(20t + 5\frac{\pi}{6}\right) - 1$; c) $A_{max} = 2,5cm$.

5. Một con lắc đơn có chiều dài $l = 0,5m$, đặt ở nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8m/s^2$. Kéo cho dây treo con lắc lệch một góc $\alpha = 2^0$, rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu $v_1 = 23,4cm/s$ theo hướng ngược chiều dương của trục tọa độ. Bỏ qua mọi lực cản.

a) Tính chu kì dao động và viết phương trình dao động của con lắc (theo li độ góc).

b) Tính vận tốc cực đại của con lắc.

c) Vào thời điểm con lắc qua vị trí cân bằng thì điểm treo nó đột ngột chuyển động theo phương nằm ngang với gia tốc không đổi $a = 0,1g$. Hỏi chu kì và biên độ dao động của nó thay đổi như thế nào so với khi điểm treo đứng yên.

ĐS: a) $T = 1,4185s$; $\alpha = 0,11\sin\left(4,42t + \frac{\pi}{2}\right)rad$

b) $v = 24,3cm$; c) $T_2 = 1,41s$; $S_{02} = 0,074m$

Loại 8. VẼ ĐƯỜNG BIỂU DIỄN CỦA X THEO T

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Tìm tọa độ và vận tốc lúc $t = 0 \Rightarrow x_0, v_0$

2. Phác họa đường biểu diễn ra giấy nháp.

- Nếu đường biểu diễn đạt cực trị trước khi cắt trục hoành ⇒ tìm tọa độ cực trị.
- Nếu đường biểu diễn cắt trục hoành trước khi đạt cực trị. Tìm giao điểm trục chính (hoành)

3. Tính chu kì ⇒ chia chu kì thành bốn phần.

4. Lập được bảng biến thiên và vẽ đường biểu diễn.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Vẽ đồ thị của phương trình li độ x theo thời gian t.

$$x = 8\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$

Giải

$$v = 8\pi\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{1}{2}$$

Cho t = 0

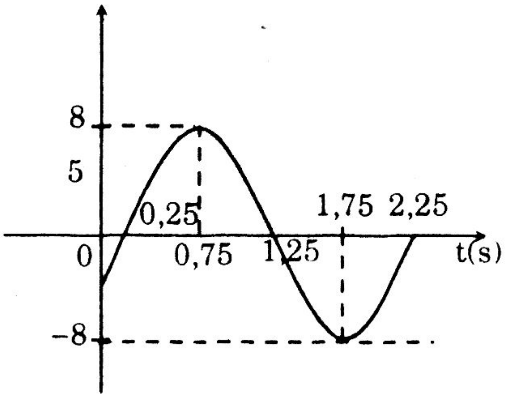
$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4\sqrt{2}\text{cm} < 0 \\ v = 8\pi\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

Tìm t để x = 0 ta có: $\sin\left(\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right) = 0 = \sin 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \pi t - \dfrac{\pi}{4} = 0 \ (v > 0) \ (\text{nhận}) \\ \pi t - \dfrac{\pi}{4} = \pi \ (v < 0) \ (\text{loại}) \end{cases}$$

$\Rightarrow t = \dfrac{1}{4}$ (s) = 0,25 (s)

t	0	0,25	0,75	1,25	1,75
x	–5,6	0	8	0	–8



2. Vẽ đồ thị của phương trình li độ x theo thời gian t.

$$x = 10\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Giải

- $T = \dfrac{2\pi}{10} = \dfrac{2\pi.2}{\pi} = 4 \Rightarrow \dfrac{T}{4} = 1$
- $t = 0 \Rightarrow x = 5 > 0 \Rightarrow v = \dfrac{5\sqrt{3}\pi}{2} > 0$
- Tìm t để $x_{max} = A$

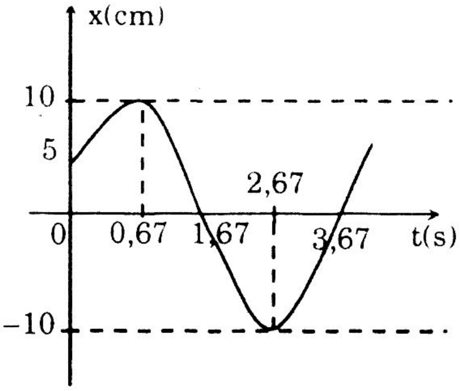
$$10\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) = 10$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) = 1 = \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + K2\pi \Rightarrow t = \frac{2}{3} = 0{,}67 \text{ (s)}$$

- Bảng biến thiên:

T	0	0,67	1,67	2,67	3,67
X	5	10	0	–10	0



VẤN ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

Loại 1. PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

I. PHƯƠNG PHÁP

– Phương trình li độ dài: $s = s_0\sin(\omega t + \varphi)$

– Phương trình li độ góc: $\alpha = \alpha_0\sin(\omega t + \varphi)$

1. Tìm $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$

2. Biên độ:

– Đề cho cm → S_0

– Đề cho rad → α_0

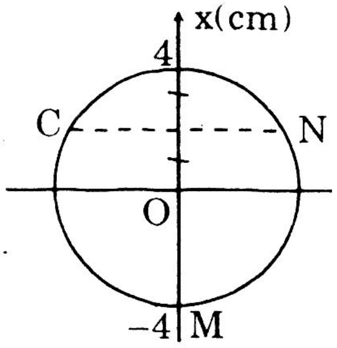
3. Tìm φ: giống con lắc lò xo.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một con lắc đơn dao động điều hòa trên quỹ đạo dài 8cm. Trong một chu kì, khoảng thời gian lớn nhất mà con lắc có li độ trong khoảng từ $x = -4\text{cm}$ đến $x = 2\text{cm}$ là $\dfrac{2}{3}$s. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$.

a) Tính chiều dài của dây treo con lắc.

b) Viết phương trình dao động ở dạng li độ dài. Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng, gốc thời gian lúc con lắc qua vị trí cân bằng theo chiều dương.



Giải

a) Biên độ dao động A = 4cm.

Dựa vào mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.

Suy ra trong một chu kì, khoảng thời gian để vật có li độ x = −4cm đến x = 2cm ứng với thời gian quay cung lớn CMN có số đo 240^0.

Vậy thời gian cần tìm là: $t = \frac{240^0}{360^0}T = \frac{2}{3}T \Rightarrow T = \frac{3}{2}t = \frac{3}{2}\frac{2}{3} = 1s.$

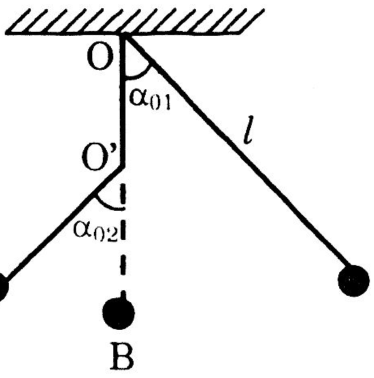
Ta có: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{10.1^2}{4.10} = 0{,}25m$

b) Phương trình dao động: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s

Ta có: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$; $v = x' = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = A\sin\varphi \\ v = A\omega\cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin = 0 \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

Phương trình x = 4sin2πt (cm).



2. Con lắc đơn có chiều dài l = 1m dao động bé với biên độ góc $\alpha_{01} = 6^0$ ở nơi có gia tốc g = π^2 (m/s^2). Ma sát không đáng kể.

a) Tính chu kì dao động.

b) Giả sử khi qua vị trí cân bằng thì dây treo chạm chốt O' ở dư điểm treo O một đoạn OO' = 50 (cm) nên phần bị chặn lại và phần cò lại tiếp tục lên điểm cao nhất B thì ngừng (như hình vẽ). Tính góc lệc cực đại α_{02} của con lắc sau khi va chạm chốt O' và chu kì dao động cu con lắc.

Giải

a) Chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2s$

b) Cơ năng của con lắc đơn $E = mgl(1 - \cos\alpha_0)$ do α_0 nhỏ $\Rightarrow E \approx \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2$

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$E_B = E_A \Rightarrow \frac{1}{2}mgl\,\alpha_{01}^2 = \frac{1}{2}mgl'\alpha_{02}^2 \Rightarrow \alpha_{02} = \alpha_{01}\sqrt{2} = 6^0\sqrt{2} \approx 8^0{,}49$

- Chu kì dao động $T = (T_1 + T_2) : 2$

Với $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5}{\pi^2}} = 1{,}4s.$

$$\Rightarrow T = \frac{(2 + 1{,}4)}{2} = 1{,}7\ (s)$$

3. a) Thiết lập công thức tính thế năng và cơ năng toàn phần của con lắc đơn khi biên độ dao động nhỏ.

b) Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kì T = 2s. Khi góc lệch $\alpha = 3^0$ thì động năng lớn gấp ba lần thế năng. Chọn gốc thời gian là lúc góc lệch có giá trị cực đại. Hãy viết phương trình dao động của con lắc. Lấy $g = 10\ m/s^2$; $\pi^2 = 10$.

Giải

a) Ta có:

- $E_t = mgh = mgl(1 - \cos\alpha) \approx mgl\frac{\alpha^2}{2}$;

Mà $E = (E_t)_{max} = mgl(1 - \cos\alpha_0) \approx mgl\frac{\alpha_0^2}{2}$

b) Ta có:

- $T = 2s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\ rad/s$

Mà $\frac{E_d}{E_t} = \frac{E - E_t}{E_t} = \left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^2 - 1 = 3 \Rightarrow \alpha_0 = 2\alpha = 6^0 = \frac{\pi}{30}rad$

$t = 0;\ \alpha = \alpha_0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}rad$

Phương trình dao động: $\alpha = \frac{\pi}{30}\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ rad

4. Con lắc đơn chiều dài l = 25cm, khối lượng m = 162g dao động với biên độ $\alpha_0 = 4^0$ ở nơi có $g = 10m/s^2$, lấy $\pi^2 = 10$.

a) Tính cơ năng trong dao động.

b) Hãy xác định góc lệch α sao cho tại đó động năng E_d lớn gấp ba lần thế năng E_t.

c) Vận tốc cực đại của con lắc.

Giải

a) Cơ năng $E = (E_t)_{max} = mgh = mgl(1 - \cos\alpha_0)$

$$= mgl\left[1 - \left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2 = 10^{-3}J$$

b) Cơ năng $E = E_t + E_d = 4E_t \Leftrightarrow \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2 = 4\frac{1}{2}mgl\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \pm\frac{\alpha_0}{2}\ \pm 2^0$.

c) $E = |E_d|_{max}\ \frac{1}{2}mgl\,\alpha_0^2 = \frac{1}{2}mv_{max} \Rightarrow |v|_{max} = \alpha_0\sqrt{gl} = \frac{4\pi}{180}\sqrt{10.0{,}25}$

Loại 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ BIẾN THIÊN CHU KÌ NHỮNG GIÁ TRỊ LỚN

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Công thức tính chu kì con lắc đơn:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

2. Công thức tính chu kì con lắc lò xo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

3. Phương pháp thông thường:

a) Viết công thức tính chu kì trong từng trường hợp.

b) Lập tỉ số giữa các chu kì:

Ví dụ: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$

c) Dựa vào dữ kiện đầu bài.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Chất điểm m, khi treo vào lò xo K_1 có chu kì dao động $T_1 = 0{,}9s$. Khi treo vào lò xo K_2 có chu kì dao động $T_2 = 1{,}2s$. Tính chu kì dao động của chất điểm m khi treo vào:

a) Hai lò xo ghép nối tiếp.

b) Hai lò xo ghép song song.

Giải

a) Chu kì dao động con lắc thứ nhất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1}}$ (1)

Chu kì dao động con lắc thứ hai: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_2}}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{K_1}{K_2}$ (3)

Chu kì dao động hệ m, K_1 nối tiếp K_2:

$$T_{nt} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{nt}}} = 2\pi\sqrt{m\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)} \quad (4)$$

Từ (2) và (4) suy ra: $\frac{T_{nt}^2}{T_2^2} = \frac{K_2}{K_1} + 1$ (5)

Thay (3) vào (5): $\dfrac{T_{nt}^2}{T_2^2} = \dfrac{T_1^2}{T_2^2} + 1$

$\Rightarrow T_{nt}^2 = T_1^2 + T_2^2 = (0{,}9)^2 + (1{,}2)^2$

$\Rightarrow T_{nt} = 1{,}5$ (s)

Chu kì dao động hệ m, K_1 song song K_2: $T_{ss} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K_1 + K_2}}$ (6)

Từ (6) và (2) suy ra: $\left(\dfrac{T_{ss}}{T_2}\right)^2 = \dfrac{K_2}{K_1 + K_2}$ (7)

Thay (3) vào (7): $T_{ss} = \dfrac{T_1T_1}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = \dfrac{0{,}9.1{,}2}{1{,}5} = 0{,}72$ (s).

2. a) Con lắc đơn có chu kì dao động là 1s khi nó dao động ở nơi có $g = 9{,}8m/s^2$. Tính độ dài l của dây.

b) Nếu cắt dây treo con lắc nói trên ra làm hai phần để tạo thành hai con lắc đơn có chiều dài l_1, l_2 rồi lần lượt cho chúng dao động trong cùng thời gian thì thấy con lắc có chiều dài l_2 hai thực hiện được số dao động nhiều gấp đôi con lắc có chiều dài l_1. Tính l_1, l_2, chu kì dao động của con lắc có chiều dài l_1 và l_2.

Giải

a) Độ dài l của dây: $l = \dfrac{T^2g}{4\pi^2} = \dfrac{1^2.9{,}8}{4.3{,}14^2} \approx 0{,}25m = 25cm$

Chu kì con lắc có chiều dài l_1:

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}} = \dfrac{t}{N_1}$ (1)

Chu kì dao động của con lắc có chiều dài l_2:

$T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}} = \dfrac{t}{N_2}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $\dfrac{T_1}{T_2} = \sqrt{\dfrac{l_1}{l_2}} = \dfrac{N_2}{N_1}$

$N_2 = 2N_1 \Rightarrow l_1 = 4l_2$ (3)

Mà: $l_1 + l_2 = l = 0{,}25m$

Từ (3) và (4), suy ra: $l_2 = 0{,}05m$; $l_1 = 0{,}20m$

$T_1 = 2.3{,}14.\sqrt{\dfrac{0{,}20}{9{,}8}} = 0{,}897 \approx 0{,}9s$

$T_2 = 2.3{,}14\sqrt{\dfrac{0{,}05}{9{,}8}} = 0{,}45s.$

3. Một con lắc đơn độ dài l_1 dao động với chu kì $T_1 = 1,5s$. Một con lắc đơn khác độ dài l_2, dao động với chu kì $T_2 = 2s$. Tính chu kì dao động của con lắc đơn có độ dài bằng $l_1 + l_2$. Tất cả đặt ở cùng một địa điểm trên Trái Đất.

Giải

Chu kì dao động của con lắc có chiều dài l_1:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \qquad (1)$$

Chu kì dao động của con lắc có chiều dài l_2:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$

Chu kì dao động của con lắc có chiều dài $l_3 = l_1 + l_2$:

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} \qquad (3)$$

Từ (2) và (3), suy ra:

$$\frac{T_3}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{l_2}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2} + 1}$$

$$\Rightarrow T_3^2 = T_1^2 + T_2^2 \Rightarrow T_3 = 2\sqrt{1,5^2 + 2^2} \approx 2,5s.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một con lắc dây có chiều dài 4m dao động điều hòa với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1rad$, chu kì $T = 4s$. Viết phương trình dao động. Chọn gốc thời gian lúc con lắc có li độ góc cực đại.

A. $\alpha = 0,1\sin(8\pi t + \frac{\pi}{2})rad$ B. $\alpha = 0,1\sin 8\pi t$ (rad)

C. $\alpha = 0,1\sin\frac{\pi}{2}t$ (rad) D. $\alpha = 0,1\sin\frac{\pi}{2}(t + 1)rad$

2. Một con lắc dây dao động với tần số $\frac{1}{4}$Hz. Hãy tính độ dài của con lắc dây đó.

A. 0,25m B. 0,39m C. 0,995m D. 3,98m

3. Một con lắc đơn dao động với li độ góc rất bé θ. Tính độ lớn lực hồi phục khi quả nặng có khối lượng 10kg. Cho $g = 9,8m/s^2$

A. $F = 98\theta^2N$ B. $F = 98N$

C. $F = 98\theta N$ D. $F = 98\cos\theta N$

4. Điều nào sau đây sai:

A. Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn tỉ lệ với căn bậc hai của chiều dài của nó.

B. Chu kì dao động của con lắc đơn tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của gia tốc trọng trường.

C. Chu kì dao động của con lắc đơn không phụ thuộc vào khối lượng của con lắc.

D. Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc vào biên độ.

5. Đối với một con lắc đơn dao động với biên độ α nhỏ, mệnh đề nào sau đây sai?

A. Quỹ đạo của chất điểm là một cung tròn.

B. Chuyển động của con lắc là dao động dạng sin.

C. Vận tốc của chất điểm thay đổi trong khi chuyển động.

D. Lực căng T cực tiểu khi góc lệch $\theta = 0$ và cực đại khi $\theta = \alpha$.

6. Con lắc đơn chiều dài l, dao động ở nơi có gia tốc trọng lực g, vận tốc cực đại là v_0. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. v_0 tỉ lệ thuận với $\sqrt{l}$

B. v_0 tỉ lệ thuận với $\sqrt{g}$.

C. v_0 tỉ lệ thuận với α khi α nhỏ.

D. v_0 tỉ lệ thuận với căn bậc hai của biên độ α.

7. Dao động của hệ nào kể sau có thể coi là dao động điều hòa:

A. Chiếc đu dao động với biên độ nhỏ không có ngoại lực kích thích tuần hoàn.

B. Con lắc vật lí dao động tự do không cản.

C. Con lắc đơn dao động với biên độ nhỏ trong chân không tại một nơi ở bên trên mặt Trái Đất.

D. Con lắc lò xo dao động không ma sát sau khi được kích thích bằng lực kéo dãn lò xo có độ lớn lớn hơn giới hạn đàn hồi.

8. Một học sinh muốn tạo ra một con lắc đơn có chu kì 1s. Anh ta dùng một sợi dây có độ dài L và thấy rằng chu kì là 0,5s. Nếu muốn có chu kì như mong muốn, anh ta phải dùng sợi dây dài

A. $\frac{1}{4}$L B. 4L C. 2L D. $\frac{1}{2}$L

9. Một con lắc dây có chiều dài 2m dao động điều hòa với biên độ góc $\alpha_0 = 0{,}2$rad, chu kì T = 2s. Viết phương trình dao động. Chọn gốc thời gian lúc con lắc có li độ góc cực đại.

A. $s = 0{,}4\sin(4\pi t + \frac{\pi}{2})$m B. $\alpha = 0{,}2\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$rad

C. $s = 0{,}2\sin\pi t$ (m) D. $s = 0{,}4\sin\pi t$ (m)

IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: D. $\alpha = 0{,}1\sin\frac{\pi}{2}(t + 1)$rad

2. Đáp án: D. 3,98m

3. Đáp án: C. $F = 98\theta N$

4. Đáp án: D. Chu kì dao động nhỏ của con lắc đơn phụ thuộc vào biên độ.

5. Đáp án: D. Lực căng T cực tiểu khi góc lệch $\theta = 0$ và cực đại khi $\theta = \alpha$.

6. Đáp án: D. v_0 tỉ lệ thuận với căn bậc hai của biên độ α.

7. Đáp án: C. Con lắc đơn dao động với biên độ nhỏ trong chân không tại một nơi ở bên trên mặt Trái Đất.

8. Đáp án: A. $\frac{1}{4}L$

9. Đáp án: B. $\alpha = 0{,}2\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$rad

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một con lắc đơn gồm một quả nặng có khối lượng m = 200g, treo vào một sợi dây có chiều dài l = 1m dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $g = \pi^2 = 9{,}8\text{m/s}^2$.

a) Tính chu kì của con lắc khi dao động với biên độ nhỏ.

b) Xét con lắc trên dao động với biên độ nhỏ. Khi đi qua vị trí cân bằng, dây treo bị một cái đinh tại điểm O' (ở phía dưới điểm treo O 36cm) chặn lại. Tính chu kì dao động của con lắc khi vướng đinh.

(CĐ Cơ khí – Luyện kim – 2004)

Giải

a) Chu kì dao động của con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9{,}8}} \approx 2s$

b) Chu kì dao động của con lắc khi chiều dài dây treo là:

$l' = l - \Delta l = 1 - 0{,}36 = 0{,}64m.$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l - \Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1 - 0{,}36}{9{,}8}} \approx 1{,}6s$$

Chu kì dao động của con lắc khi vướng đinh.

$$T'' = \frac{1}{2}(T + T') = \frac{1}{2}(2 + 1{,}6) = 1{,}8s.$$

2. Hai con lắc đơn có chiều dài l_1 và l_2 ($l_1 > l_2$) và có chu kì dao động tương ứng là T_1, T_2 tại một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}8\text{m/s}^2$. Biết rằng cũng tại nơi đó, con lắc đơn có chiều dài $l_1 + l_2$ có chu kì dao động là 1,8s và con lắc đơn có chiều dài $l_1 - l_2$ có chu kì dao động là 0,9s. Tính T_1, T_2, l_1 và l_2. *(ĐH Tài chính Kế toán Hà Nội – 1996)*

Giải

a) Chu kì của con lắc có chiều dài l_1: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}$ (1)

Chu kì của con lắc có chiều dài l_2: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}$ (2)

Chu kì của con lắc có chiều dài $l_1 + l_2$: $T_+ = 2\pi$ (3)

Chu kì của con lắc có chiều dài $l_1 - l_2$: $T_- = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1 - l_2}{g}}$ (4)

Từ (1) và (2), suy ra: $\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^2 = \dfrac{l_1}{l_2}$

Từ (3) và (2), suy ra: $\left(\dfrac{T_+}{T_2}\right)^2 = \dfrac{l_1 + l_2}{l_2} = \dfrac{l_1}{l_2} + 1 = \dfrac{T_1^2}{T_2^2} + 1$

Tương tự, ta có: $T_+^2 = T_1^2 + T_2^2$; $T_-^2 = T_1^2 - T_2^2$

Suy ra: $T_1 = \sqrt{\dfrac{T_+^2 + T_-^2}{2}} = 1{,}42s$

$$T_2 = \sqrt{\dfrac{T_+^2 - T_-^2}{2}} = 1{,}1s.$$

$$l_1 = \dfrac{T_1^2 g}{4\pi^2} = \dfrac{(1{,}42)^2.9{,}8}{4(3{,}14)^2} = 0{,}50m$$

$$l_2 = \dfrac{T_2^2 g}{4\pi^2} = \dfrac{(1{,}1)^2.9{,}8}{4(3{,}14)^2} = 0{,}30m$$

3. Tại một nơi có hai con lắc đơn dao động có chu kì lần lượt là 0,4s; 0,8s. Chiều dài dây treo hai con lắc là l_1, l_2.

a) Tìm tỉ số chiều dài l_1/l_2.

b) Tìm chu kì dao động của con lắc đơn có chiều dài bằng hiệu chiều dài hai con lắc trên.

(CĐKinh tế Kế hoạch Đà Nẵng – 2004)

Giải

Chu kì dao động của con lắc thứ nhất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}$

Chu kì dao động của con lắc thứ hai: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}$

a) Tỉ số chiều dài l_1/l_2

$$\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}} \Leftrightarrow \dfrac{l_1}{l_2} = \left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\dfrac{0{,}4}{0{,}8}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$$

b) Chu kì dao động của con lắc đơn: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1 - l_2}{g}}$

Thay $l_2 = 4l_1 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3l_1}{g}} = \sqrt{3}\,T_1 = \sqrt{3}.0,4 = 0,69s$.

4. Hai con lắc đơn có chiều dài hơn kém nhau 16cm, dao động điều hòa tại cùng một vị trí. Trong cùng một khoảng thời gian con lắc thứ nhất thực hiện được 6 dao động, con lắc thứ hai thực hiện được 10 dao động. Tìm chiều dài của mỗi con lắc.

(CĐ Công nghiệp Hà Nội – 2004)

Giải

Trong khoảng thời gian Δt con lắc thứ nhất thực hiện được 6 dao động: $\Rightarrow \Delta t = 6T_1$.

Trong khoảng thời gian Δt con lắc thứ hai thực hiện được 10 dao động: $\Rightarrow \Delta t = 10T_2 \Rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{10}{6} = \dfrac{5}{3}$

Chu kì dao động của con lắc thứ nhất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}$

Chu kì dao động của con lắc thứ hai: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}$

$$\Rightarrow \frac{2\pi\sqrt{\dfrac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\dfrac{l_2}{g}}} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow l_1 = \frac{25}{9}l_2 \Rightarrow l_1 > l_2$$

nên theo đề bài: $l_1 = l_2 + 16cm$

$$\Rightarrow l_2 + 16 = \frac{25}{9}l_2 \Rightarrow l_2 = 9cm \Rightarrow l_1 = 25cm$$

5. Con lắc đơn có $l = 1m$, $m = 100$ gam, dao động với biên độ $A = 1cm$, pha ban đầu $\varphi = \pi/2$ (Lấy $g = \pi^2 = 10$).

a) Tìm biểu thức của vận tốc, thế năng của dao động.

b) Vẽ đồ thị thế năng (trục tung biểu diễn thế năng, trục hoành biểu diễn thời gian).

(Đại học Thăng Long – 2001)

Giải

a) Phương trình dao động của con lắc: $S = A\sin(\omega t + \varphi)$

$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$

Tần số góc của vật: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = \sqrt{\dfrac{10}{1}} \approx \pi$ rad/s

Biểu thức vận tốc của con lắc: $v = \pi\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$cm/s

Cơ năng của con lắc bằng động năng cực đại khi qua vị trí cân bằng:

$$E = E_{dMax} = \frac{1}{2}m v_0^2 = \frac{1}{2}0,1(\pi.10^{-2}) = 0,5.10^{-4}J$$

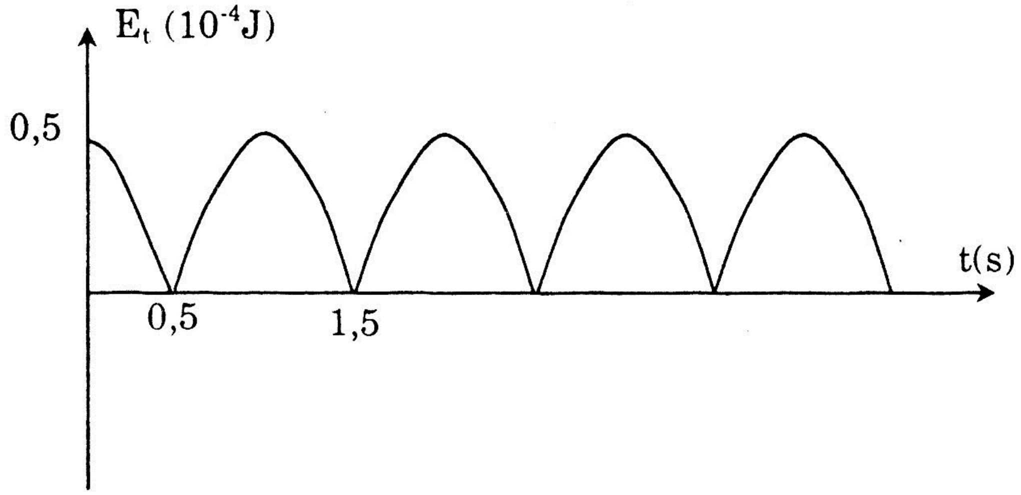
Biểu thức động năng của con lắc:

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\pi^2 10^{-4}\cos^2(\pi t + \frac{\pi}{2}) = 0,5.10^{-4}\cos^2(\pi t + \frac{\pi}{2})J$$

Biểu thức thế năng của con lắc: $E_t = E - E_d$

$$\Rightarrow E_t = 0,5.10^{-4} - 0,5.10^{-4}\cos^2(\pi t + \frac{\pi}{2}) = 0,5.10^{-4}\sin^2(\pi t + \frac{\pi}{2})J$$

b) Vẽ đồ thị thế năng



6. Một con lắc đơn gồm một viên bi nhỏ khối lượng m = 100g được treo ở đầu một sợi dây dài l = 1,57m tại địa điểm có gia tốc trọng trường g = 9.8m/s^2. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 = 0,10rad, rồi thả cho nó dao động không có vận tốc ban đầu. Bỏ qua khối lượng của dây treo, lực cản của không khí và lực ma sát ở điểm treo.

a) Chứng minh rằng năng lượng dao động E của con lắc đơn tỷ lệ với bình phương biên độ góc α_0 (tức là góc lệch lớn nhất) của nó. Tính trị số năng lượng dao động E của con lắc đơn nói trên.

b) Tính động năng E_d và thế năng E_t của con lắc đơn đó khi góc lệch của nó là α = 0,05rad.

(ĐH Kinh tế Quốc dân – 98)

Giải

Phương trình chuyển động điều hòa của con lắc đơn:

$$S = S_0\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\alpha = \alpha_0\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow v = S_0\,\omega\cos(\omega t + \varphi);\ \text{với}\ \omega^2 = \frac{g}{l}$$

Thế năng trọng lực (chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng O)

$$E_t = mgl\,(1 - \cos\alpha) = mgl.2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Với $\alpha << 1$ rad $\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow E_t = mgl\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m.\omega_0^2 l^2\ \alpha_0^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

Động năng: $E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.\omega_0^2\ S_0^2.\cos^2(\omega t + \varphi)$

Cơ năng: $E = E_t + E_đ = \frac{1}{2}m.\omega_0^2\ S_0^2[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)]$

Mà: $[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = 1$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m.\omega_0^2\ S_0^2 = \frac{1}{2}mg.l\,\alpha_0^2$$

Vậy E tỉ lệ với α_0^2

$$E = \frac{0,1.9,8.1,57.(0,1)^2}{2} = 7,69.10^{-3}\ (J)$$

a) Thế năng khi $\alpha = 0,05$ (rad):

$$E_t = \frac{1}{2}mgl\alpha^2 = \frac{0,1.9,8.1,57.(0,5)^2}{2} = 1,92.10^{-3}\ (J)$$

Động năng cần tìm: $E_đ = E - E_t = 5,77.10^{-3}$ (J)

7. Một con lắc đơn có chiều dài l = 1m, khối lượng m. Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 có $\cos\alpha_0 = 0,875$ và thả cho dao động. Lấy gia tốc $g = \pi^2 = 9,85$ (m/s^2). Bỏ qua ma sát và sức cản.

a) Xác định vận tốc cực đại con lắc và vận tốc lúc góc $\alpha = 6^0$ so với vị trí cân bằng.

b) Khi chuyển động tới vị trí cân bằng con lắc va chạm tới quả cầu m' có khối lượng bằng 4m đang đứng yên ở cùng độ cao như hình vẽ. Sau khi va chạm cả hai vật gắn chặt với nhau và cùng dao động. Viết phương trình dao động, lấy gốc thời gian lúc va chạm và xác định những thời điểm để con lắc có động năng bằng 3 lần thế năng.

(Trường Đại học Kiến Trúc Hà Nội - 1998)

Giải

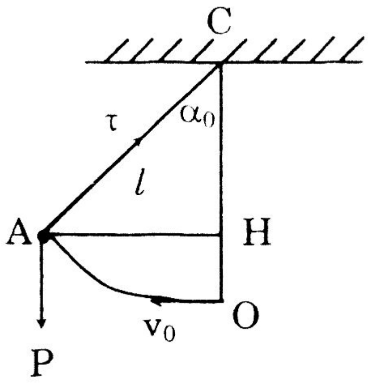
a) Thế năng trọng lực (chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng O)

$$E_t = mgl(1 - \cos\alpha)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$E_A = E_B$$

$$\Rightarrow mgl(1 - \cos\alpha_0) = mgl(1 - \cos\alpha) + m\frac{v_0^2}{2}$$



$\Rightarrow v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

Vận tốc cực đại của con lắc khi $\cos\alpha = 1$

$v_M = \sqrt{2.9,8.(1 - 0,875)} = 1,57$ m/s

Vận tốc của con lắc khi $\cos\alpha = \cos6^0 = 0,9945$

$v' = \sqrt{2.9,8.(0,9945 - 0,875)} = 1,53$ m/s

b) Gọi v_0 là vận tốc của hệ ngay sau va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$Mv_M = m(m + m')v_0$$

$$\Rightarrow m.1,57 = (m + 4m)v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = 0,314 \text{ m/s} = 31,4 \text{ cm/s}$$

Phương trình dao động của con lắc:

$$S = S_0 \sin(\omega t + \varphi) \ (1)$$

$$v = S_0\, \omega\cos(\omega t + \varphi) \ (2)$$

Tần số góc của con lắc: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = \sqrt{\dfrac{9,85}{1}} = 3,14 \approx \pi$rad/s

Lúc $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_0 = 0 \\ v_0 = 3,14\text{cm}/\text{s} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ A3,14\cos\varphi = 3,14 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$ và $A = 10$cm

$s = 10\sin\pi t$ (cm)

- Xác định những thời điểm mà động năng bằng ba thế năng:

$E_d = 3E_t$ mà $E = E_t + E_d$

$$\Rightarrow E = 4E_t \Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 = 4\left(\frac{1}{2}Kx^2\right)$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{A}{2}$$

Tính t khi $x = \dfrac{A}{2} \Rightarrow \dfrac{A}{2} = A\sin\pi t$

$$\Rightarrow \sin\pi t = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10\pi t = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ 10\pi t = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \dfrac{1}{60} + 0,2k \\ t = \dfrac{5}{60} + 0,2k \end{array}\right. \quad (k \in N)$$

Tính t khi $x = \frac{-A}{2} \Rightarrow -\frac{A}{2} = A\sin\pi t$

$$\Rightarrow \sin 10\pi t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 10\pi t = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 10\pi t = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-1}{60} + 0,2k \\ t = \frac{7}{60} + 0,2k \end{array}\right. \quad (k \in N)$$

V. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Quả cầu khối lượng m = 1kg gắn vào hai lò xo K_1 và K_2. Khi K_1, K_2 ghép song song thì chu kì dao động là $\frac{\pi}{5}$s. Khi K_1, K_2 ghép nối tiếp thì chu kì dao động là $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$(s). Tính độ cứng K_1, K_2 của hai lò xo?

ĐS: 40 N/m; 60 N/m.

2. Một vật có khối lượng m treo bằng một lò xo vào một điểm cố định dao động với tần số $f_1 = 5$Hz. Khi treo thêm một vật trọng lượng $\Delta m = 38$g vào thì tần số thành $f_2 = 4,5$Hz. Tính khối lượng của vật và độ cứng k của lò xo.

ĐS: 0,162kg; 16 N/m

3. Trong cùng một khoảng thời gian xác định, con lắc chiều dài l_1 thực hiện năm dao động, con lắc có chiều dài l_2 thực hiện bốn dao động. Tìm chiều dài của mỗi con lắc biết hiệu chiều dài của chúng là 36cm. Lấy $g \approx \pi^2$ m/s^2.

ĐS: 64cm; 100cm.

Loại 3: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ BIẾN THIÊN CHU KÌ GIÁ TRỊ NHỎ

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Công thức tính chu kì con lắc đơn:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

2. Nguyên nhân làm thay đổi chu kì:

a) Do l biến thiên (tăng hoặc giảm chiều dài, nhiệt độ thay đổi).

b) Do g biến thiên (thay đổi vị trí đặt con lắc).

3. Gia tốc trọng trường ở độ cao h:

$$g_h = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

với: – g_0 là gia tốc trọng trường tại mặt Đất.

– $R \approx 6400$ km là bán kính Trái Đất.

4. Chiều dài dây kim loại ở nhiệt độ t:

$$l = l_0(1 + \alpha t)$$

với – l_0 là chiều dài dây treo ở 0^OC

– α là hệ số nở dài (độ$^{-1}$ hay K^{-1})

– $l_2 \approx l_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$

5. Công thức gần đúng:

$$(1 \pm \varepsilon)^n \approx 1 \pm n\varepsilon$$

$$(1 + \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2) \approx 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$\frac{1+\varepsilon_1}{1+\varepsilon_2} \approx (1 + \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)$$

Với ε, ε_1, ε_2: Các số dương rất nhỏ.

6. Phương pháp giải toán

(Về thời gian con lắc đồng hồ chạy sai trong một ngày đêm).

a) Viết công thức tính chu kì của con lắc đồng hồ trường hợp chạy đúng (T_1), chạy sai (T_2).

b) Lập tỉ số: $\frac{T_1}{T_2} > 1$ (đồng hồ chạy nhanh).

hoặc: $\frac{T_1}{T_2} < 1$ (đồng hồ chạy chậm).

c) Tính số dao động mà con lắc đồng hồ chạy sai thực hiện trong thời gian

$$t = 24.3600 - 86400 \text{ (s)}$$

$$N = \frac{t}{T_2}$$

d) Tính thời gian mà đồng hồ chạy sai đã chỉ:

$$t' = N.T_1 = t\frac{T_1}{T_2}$$

e) Thời gian chạy sai: $\Delta T = |t = t'| = 1\left|1 - \frac{T_1}{T_2}\right|$ (b)

Thay (a) vào (b) được kết quả.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một con lắc đồng hồ coi như con lắc đơn ở đỉnh núi có gia tốc trọng trường g = 9,86 m/s thì chạy đúng với chu kì T = 2s. Mang con lắc đồng hồ này xuống mặt đất, nhiệt độ vẫn không thay đổi nhưng trong một tuần thì nó chạy nhanh 5,04 phút. Ở mặt đất để đồng hồ vẫn chỉ đúng giờ thì phải tăng hay giảm chiều dài của con lắc bao nhiêu? Lấy $\pi^2 = 9{,}86$.

Giải

Trên đỉnh núi, $g = \pi^2.m^2/s$ thì đồng hồ chạy đúng, chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s$.

Mặt đất, t^0C không đổi ⇒ gia tốc trọng trường thay đổi là g_0, đồng hồ chạy nhanh với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$

Ta có: $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = \left(\frac{g + \Delta g}{g}\right) = \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}$

Vậy $T = T_0 + \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}T_0 \Rightarrow$ 1 chu kì nhanh $\Delta T - T_0 = \frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}T_0$

Một tuần nhanh:

$\Delta t = \frac{86400.7}{T_0}.\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}.T_0 = 5{,}04.60 = 302{,}4$ (s). Vậy $\frac{\Delta g}{g} = 10^{-3}$ (1)

Mặt đất chu kì $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} < T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ nên đồng hồ chạy nhanh.

Muốn đồng hồ chạy đúng thì phải tăng chiều dài từ T_0

$\rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}} = T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Vậy $\frac{l'}{g_0} = \frac{l}{g} \Rightarrow \frac{l'}{l} = \frac{g_0}{g} \Leftrightarrow \frac{l + \Delta l}{l} = \frac{g + \Delta g}{g}$

$\Rightarrow 1 + \frac{\Delta l}{l} = 1 + \frac{\Delta g}{g}$ (1) $\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta g}{g} = 10^{-3}$

Ta có: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s \Rightarrow l = 1m$.

Vậy phải tăng chiều dài $\Delta l = 10^{-3} = 10^{-3}$(m) = 1 (mm).

2. a) Con lắc của một đồng hồ quả lắc được coi như một con lắc đơn, có chu kì dao động là 1s ở nhiệt độ 15^0C. Tính chiều dài của con lắc/ Lấy $g = 9{,}8$ m/s^2 và $\pi^2 = .10$.

b) Ở nhiệt độ 35^0C đồng hồ chạy nhanh hay chậm và nhanh chậm mỗi ngày bao nhiêu giây? Cho hệ số nở dài của thanh treo con lắc là $\lambda = 2.10^{-5}K^{-1}$.

c) Nếu không lên dây cót đồng hồ và để cho con lắc của nó dao động tự do với biên độ góc ban đầu là 5^0 thì nó sẽ dao động tắt dần và sau 4 chu kì biên độ góc của nó chỉ còn 4^0. Cho rằng biên độ của con lắc giảm dần theo một cấp số nhân lùi vô hạn. Hãy tính công mà ta phải tốn để lên dây cót đồng hồ sao cho nó chạy được một tuần lễ với biên độ góc là 5^0.

Cho biết khối lượng của quả lắc là m = 100g và phải mất 80% năng lượng của dây cót để thắng ma sát hệ thống bánh xe.

Giải

a) Chiều dài của con lắc:

$$l = \frac{T_1^2.g}{4.\pi^2} = \frac{1^2.9,8}{4.10} = 0,245\text{m}$$

b) Chu kì của con lắc đồng hồ chạy đúng ($t_1 = 15^0$C):

$$T_1 = 2.\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Chu kì của con lắc đồng hồ chạy sai ($t_2 = 33^0$C):

$$T_2 = 2.\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$l_1 = l_0(1 + \lambda t_1);\ l_2 = l_0(1 + \lambda t_2)$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \sqrt{\frac{l_0(1+\lambda t_1)}{l_0(1+\lambda t_2)}} = 1 + \frac{\lambda}{2}(t_1 - t_2) < 1$$

$\Rightarrow T_1 < T_2$. Vậy đồng hồ chạy chậm.

Số dao động mà đồng hồ chạy sai đã thực hiện trong một ngày đêm:

$$\tau = 86400\text{s}$$

$$N = \frac{\tau}{T_2}$$

Số chỉ của đồng hồ chạy sai sau một ngày đêm:

$$\tau' = N.T_1 = \tau.\frac{T_1}{T_2}$$

Thời gian chạy chậm:

$$\Delta\tau = \tau - \tau' = \tau\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{1}{2}\tau\lambda(t_2 - t_1)$$

Thay số: $\Delta\tau = \frac{1}{2}86400.2.10^{-5}(35 - 15) \approx 17,3\text{s}$.

c) Gọi: $\alpha_0 = \alpha.q$; $\alpha_2 = \alpha_0.q^2$; $\alpha_3 = \alpha_0.q^3$; $\alpha_4 = \alpha_0.q^4$ lần lượt là biên độ dao động ban đầu, sau 4 chu kì.

Ta có: $\alpha = \alpha_0.q = \alpha_0.\sqrt[4]{\frac{\alpha_4}{\alpha_0}}$

Cơ năng của con lắc dao động với biên độ góc α_0:

$$E_0 = \frac{1}{2}m.\omega^2.S_0^2 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$$

Cơ năng của con lắc dao động với biên độ góc α_1:

$$E_1 = \frac{1}{2}mgl\alpha_1^2$$

Phần năng lượng cung cấp cho con lắc trong một chu kì để duy trì dao động với biên độ α_0:

$$\Delta E = E_0 - E_1 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2\left(1 - \sqrt{\frac{\alpha_4}{\alpha_0}}\right)$$

Năng lượng dao động cần cung cấp cho con lắc trong một tuần:

$$\Delta E' = 7.86400.\Delta E$$

Năng lượng cần cung cấp cho quả lắc đồng hồ trong một tuần:

$$\Delta E'' = \frac{100}{100-80}.\Delta E'$$

$$\Delta E'' = 5.7.86400.\frac{0,1.9,8}{2}.0,245\left(\frac{5\pi}{180}\right)^2\left(1 - \sqrt{\frac{4}{5}}\right)$$

$\Rightarrow \Delta E' \approx 292J$.

3. Con lắc đơn có chu kì dao động $T_0 = 4(s)$

Quỹ đạo con lắc là một cung tròn có thể coi như một đoạn thẳng dài 12cm. Lấy $g = \pi^2$ m/s^2.

a) Viết phương trình dao động (biểu thức của góc lệch α theo t). Gốc thời gian là lúc $\alpha = \alpha_0$.

b) Đem con lắc lên độ cao h so với mặt đất thì chu kì dao động thay đổi 0,2%.

Tính h, cho bán kính Trái Đất R = 6400km.

Giải

a) $T_0 = 4$ (s) $\Rightarrow l = 4$m và $\omega = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{2}$ rad/s

Biên độ A = 6cm $\Rightarrow \alpha_0 = \frac{A}{l} = \frac{6}{400} = 0,015$rad

Lúc t = 0, $\alpha = \alpha_0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

Phương trình dao động: $\alpha(t) = 0,015\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$rad.

b) $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}}$ với $g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$$= 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{h}{R} = 0{,}2\% = \frac{2}{1000}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2R}{1000} = 12{,}8\ (km).$$

4. Con lắc của một đồng hồ có chu kì 2s ở 33^0C trên mặt đất.

a) Nếu nhiệt độ hạ đến 29^0C, đồng hồ sẽ nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm. Dây treo con lắc có hệ số nở dài $\lambda = 1{,}70.10^{-5}$ (1/độ).

b) Đưa con lắc lên độ cao 4km so với mặt đất, đồng hồ sẽ nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm? Giả sử nhiệt độ vẫn là 33^0C, bán kính Trái Đất R = 6400km.

c) Ở độ cao 4km nếu muốn con lắc vẫn có chu kì 2s, nhiệt độ con lắc phải là bao nhiêu?

Giải

a) Chu kì của con lắc đồng hồ chạy đúng ($t_1 = 33^0C$):

$$T_1 = 2.\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Chu kì con lắc đồng hồ chạy sai ($t_2 = 29^0C$)

$$T_2 = 2.\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} \approx 1 + \frac{\lambda}{2}(t_1 - t_2) > 1 \text{ (vì } \lambda t << 1)$$

Vậy đồng hồ chạy nhanh.

Số dao động mà đồng hồ chạy sai đã thực hiện trong 1 ngày đêm: (86400s).

$$N = \frac{\tau}{T_2}$$

Số chỉ của đồng hồ chạy sai sau 1 ngày đêm: $\tau' = N.T_1 = \tau.\frac{T_1}{T_2}$

Thời gian chạy sớm: $\Delta\tau = \tau' - \tau = \tau\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) = \frac{\tau\lambda}{2}(t_1 - t_2)$

Thay số: $\Delta\tau = \frac{86400.1{,}70.10^{-5}}{2}(33 - 29) = 2{,}9s.$

b) Chu kì của con lắc đồng hồ chạy sai do đem lên độ cao h = 4km so với mặt đất, nhiệt độ $t_1 = 33^0C$.

$$T_2 = 2.\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_h}{g}} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^2}.\frac{R^2}{GM}} = \frac{R}{R+h} < 1$$

$\Rightarrow T_1 < T_2$. Vậy đồng hồ chạy chậm.

Số dao động mà đồng hồ chạy sai đã thực hiện trong một ngày đêm:

$$\tau = 86400s$$

$$N = \frac{\tau}{T_2}$$

Số chỉ của đồng hồ chạy sai một ngày đêm: $\tau' = N.T_1 = \tau.\frac{T_1}{T_2}$

Thời gian chạy chậm: $\Delta\tau = \tau\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \tau\left(1 - \frac{R}{R+h}\right) = \frac{\tau h}{R+h} \approx \frac{\tau h}{R}$

Thay số: $\Delta\tau = 86400\left(\frac{6400}{6400+4}\right) = 54s$

c) Gọi t_3 là nhiệt độ của con lắc cần tìm. Theo câu (a) và (b) đồng hồ chạy đúng:

$$\frac{\tau\lambda}{2}(t_1 - t_3) = \frac{\tau h}{R}$$

$$t_3 = t_1 - \frac{2h}{R\lambda} = 33 - \frac{24}{6400.1,7.10^{5}} = -40,5^0C.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một con lắc đơn được gắn vào trần một thang máy. Chu kì dao động khi thang máy đứng yên là T. Khi thang máy rơi tự do thì chu kì dao động của nó là:

A. 0

B. $\frac{T}{10}$

C. T

D. Vô cùng lớn.

2. Khối lượng và bán kính của một hành tinh lớn hơn khối lượng và bán kính của Trái Đất 2 lần. Chu kì dao động của con lắc đồng hồ trên Trái Đất bằng 1s. Khi đưa lên hành tinh đó chu kì của nó sẽ là (bỏ qua sự thay đổi chiều dài con lắc):

A. $\sqrt{2}s$

B. $\frac{1}{2}s$

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}s$

D. 2s.

3. Một con lắc có độ dài l = 120cm. Người ta thay đổi độ dài của nó sao cho chu kì dao động mới chỉ bằng 90% chu kì dao động ban đầu.
Tính độ dài l mới.

A. 148,148cm

B. 133,33cm

C. 97,2cm

D. 108cm.

4. Một con lắc đơn được treo vào trần của một thang máy đứng yên có chu kì dao động là T_0. Khi thang máy chuyển động đi xuống với vận tốc không đổi thì chu kì dao động của nó là T_1, còn khi thang máy chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc nào đó thì chu kì dao động của nó là T_2. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $T_0 = T_1 = T_2$ B. $T_0 = T_1 < T_2$

C. $T_0 = T_1 > T_2$ D. $T_0 < T_1 < T_2$.

5. Một đầu của một lò xo được treo vào một điểm cố định O, đầu kia treo một quả nặng m_1 thì chu kì dao động là $T_1 = 1{,}2s$. Khi thay quả nặng m_2 vào thì chu kì dao động bằng $T_2 = 1{,}6s$. Tính chu kì dao động khi treo đồng thời m_1 và m_2 vào lò xo:

A. 2,8s B. 2,0s C. 1,8s D. 0,96s.

6. Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu treo bằng một dây kim loại có hệ số dãn nở $\alpha = 1{,}5.10^{-5}$ (K^{-1}). Chu kì con lắc ở 0^0C là $T_0 = 1{,}6s$. Chu kì con lắc ở 4^0C là:

A. T = 1,6005s B. T = 1,600048s

C. T = 1,60048 D. T = 1,60096s.

7. Một con lắc đơn dao động ở gần mặt đất với chu kì $T_0 = 1{,}5s$. Bán kính Trái Đất R = 6400km. Khi thang máy con lắc lên độ cao là h = 9,6km thì:

A. T = 1,500225s B. T = 1,5225s

C. T = 1,50225s D. T = 1,5015s.

IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: D. Vô cùng lớn.
2. Đáp án: A. $\sqrt{2}s$.
3. Đáp án: C. 97,2cm.
4. Đáp án: B. $T_0 = T_1 < T_2$.
5. Đáp án: 2,0s.
6. Đáp án: C. T = 1,60048s.
7. Đáp án: C. T = 1,50225s.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

Một con lắc đơn có chiều dài l = 1m dao động nhỏ trong một thang máy đang đi xuống dần đều với gia tốc a = 4 m/s^2 tại nơi có g = 10 m/s^2.

a) Tìm chu kì dao động của con lắc trên.

b) Nếu có hai đồng hồ giống hệt nhau dùng con lắc trên, một đặt trên mặt đất, một trong thang máy chuyển động như trên. Tính tỉ số thời gian chỉ bởi hai đồng hồ.

(ĐH Dân lập Hùng Vương – 1996):

Giải

a) Chu kì dao động con lắc:

Xét trong hệ quy chiếu gắn với thang máy, con lắc chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực căng của dây $\vec{\tau}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$.

Đặt: $\vec{P}_{qt} = \vec{P} + \vec{F}_{qt} = m.\vec{g}_{hd}$

$\Rightarrow \vec{g}_{hd} = \vec{g} - \vec{a}$

Vậy con lắc dao động với chu kì: $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_{hd}}} = 2.\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + |a|}}$

$\Rightarrow T' = 2.\pi\sqrt{\dfrac{4}{10+4}} \approx 1{,}68\ (s)$

⇒ Tỉ số thời gian chỉ bởi hai đồng hồ trên:

Giả sử con lắc đồng hồ ở mặt đất chỉ thời gian là τ.

Số dao động mà con lắc đồng hồ trong thang máy thực hiện trong thời gian τ:

$$N = \frac{\tau}{T'}$$

Số chỉ của đồng hồ trong thang máy: $\tau' = N.T = \dfrac{\tau}{T'}T$

$\Rightarrow \dfrac{\tau}{\tau} = \dfrac{T}{T'} = \sqrt{\dfrac{g_{hd}}{l}} = 1{,}18.$

VI. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

Con lắc Phu - cô ở nhà thờ thánh I - lắc, thành phố Xanh Pê-téc-bua là một con lắc đơn, gồm một quả nặng có khối lượng m = 5kg, treo vào trần vòm nhà thờ bằng một sợi dây không trọng lượng, không dãn độ dài $l = 98$m. Gia tốc rơi tự do ở Xanh Pê-téc-bua là $g = 9{,}819\ m/s^2$, và nhiệt độ trong nhà thờ là 20^0C.

a) Tính chu kì dao động của con lắc, chính xác đến 0,001s (cho biết: $\pi = 3{,}1416$).

b) Nếu treo con lắc ấy ở Hà Nội, nơi có gia tốc rơi tự do là $g' = 9{,}793\ m/s^2$ và nhiệt độ 30^0C, và cho nó dao động liên tục trong 6 giờ, thì con lắc dao động nhanh hơn, hay chậm hơn, bao nhiêu giây, so với ở Xanh Pê-téc-bua. Cho biết: hệ số nở dài của sợi dây treo là $\alpha = 2.16^{-5}K^{-1}$?

c) Trong quá trình dao động, góc lệch cực đại của dây treo con lắc so với đường thẳng đứng qua điểm treo là $\alpha_m = 0{,}02$ rad. Coi quỹ đạo chuyển động của quả nặng là thẳng, hãy viết phương trình dao động của nó, tính vận tốc của nó khi qua vị trí cân bằng, và sức căng của dây treo. Bỏ qua sức cản của không khí.

(Trường Đại học Công Đoàn – 1999)

Loại 4. DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC ĐƠN KHI CÓ THÊM MỘT LỰC KHÔNG ĐỔI TÁC DỤNG

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Lực điện trường

$$\vec{F}_đ = q\vec{E}$$

Với: – $q > 0$, $\vec{E} \downarrow\uparrow \vec{F}$

– $q < 0$, $\vec{E} \downarrow\uparrow \vec{F}$

$\vec{E}$: cường độ điện trường

q: giá trị đại số của điện tích

Trường hợp tụ điện phẳng: $E = \dfrac{U}{d}$

Với: – U là hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện.

– d là khoảng cách giữa hai bản.

2. Lực quán tính

Nếu con lắc treo trong một hệ đang chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ so với Trái Đất thì trong hệ đó con lắc chịu thêm tác dụng của lực quán tính.

$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ với: m là khối lượng vật nặng.

3. Lực đẩy Ácsimét (Archimède)

$$\vec{F}_A = -\rho V.\vec{g}$$

Với:

– V là thể tích của phần vật chìm trong chất lỏng hoặc chất khí.

– ρ là khối lượng riêng của chất lỏng hoặc chất khí.

4. Trọng lực hiệu dụng – Gia tốc hiệu dụng

Nếu ngoài trọng lực $\vec{P}$, sức căng $\vec{\tau}$ của sợi dây con lắc đơn còn chịu thêm tác dụng của một lực $\vec{F}$ không đổi ($\vec{F}_đ, \vec{F}_{qt}, \vec{F}_A$ ... chẳng hạn) thì con lắc đơn còn chịu thêm tác dụng của trọng lực hiệu dụng.

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

5. Quy ước

– Gọi $\vec{P}_{hd}$ là trọng lực hiệu dụng và $\vec{g}_{hd} = \dfrac{\vec{P}_{hd}}{m}$ là gia tốc hiệu dụng.

Khi đó con lắc sẽ dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng

$$\text{tg}\alpha = \frac{F}{P} \text{ (nếu } \vec{F} \perp \vec{P}\text{)}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$$

$$\vec{g}_{hd} = \frac{\vec{P} + \vec{F}}{m} = \vec{g} + \vec{a}$$

6. Phương pháp giải toán

Bài toán thường liên quan đến hai vấn đề. Vị trí cân bằng và chu kì con lắc nên các bước giải thông thường là:

a) Xác định lực tác dụng vật nặng trong hệ quy chiếu gắn với điểm treo Q.

b) Lập luận dẫn đến $\vec{P}_{hd}$, g_{hd}.

c) Ví trí cân bằng của hệ so với trường hợp không có $\vec{F}$:

$$tg\alpha = \frac{F}{P} \text{ (nếu } \vec{F} \perp \vec{P}\text{)}$$

d) Công thức tính chu kì: $2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

e) Chú ý:

$\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{P} \Rightarrow g_{hd} = g + a > g$

$\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{P} \Rightarrow g_{hd} = g - a$ (thường $g > a$)

$\vec{F} \perp \vec{P} \Rightarrow g_{hd} = \sqrt{g^2 + a^2}$

II. BÀI TẬP MẪU

1. Con lắc đơn chiều dài $l = 25$cm, quả cầu khối lượng m = 100g tích điện tích $q = 2.10^{-7}$C rồi đặt trong điện trường đều $\vec{E}$ nằm ngang thì ở vị trí cân bằng dây treo lệch với đường thẳng đứng góc $\alpha = 45^0$. Tính cường độ điện trường E? Cơ năng biết biên độ dao động của con lắc là $\beta_0 = 6^0$. Lấy $g = 10$ m/s^2 và $\pi^2 = 10$.

Giải

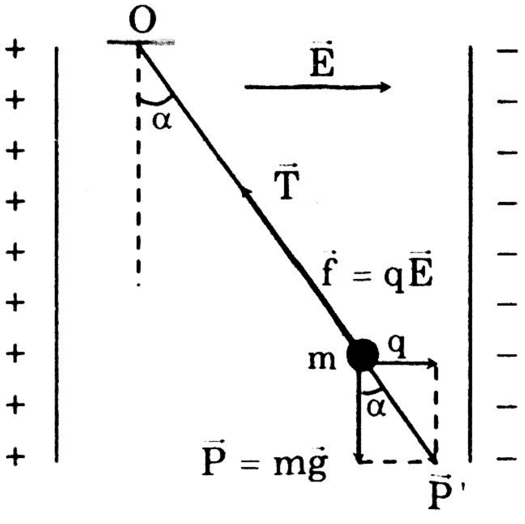
- Hợp lực ở vị trí cân bằng: $\vec{P} + \vec{f} + \vec{T} = 0$

$\vec{P} + \vec{f} + \vec{P}' \Rightarrow \vec{P}' + \vec{T} = 0$

Vậy $\widehat{PmP'}$ = góc lệch $\alpha = 45^0$.

$\Delta PmP' \Rightarrow tg\alpha = \frac{|\vec{f}|}{|\vec{P}|} = \frac{qE}{mg} = 1$

$E = \frac{mg}{q} = 5.10^6$ v/m



- Xét $\Delta pmP' \Rightarrow \cos\alpha = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{P}'|} = \frac{g}{g'}$

Gia tốc trọng trường biểu kiến:

$$g' = \frac{g}{\cos\alpha}$$

$\Rightarrow$ chu kì $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}.\cos\alpha}$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{\pi^2}.\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0,84s$$

- Cơ năng $E = (E_d)_{max} = \frac{1}{2}.m.\frac{g}{\cos 45^0}.l.\beta_0^2$

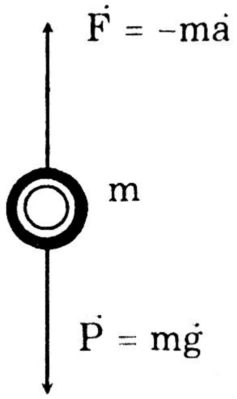
$E = 19,64.10^{-4}J.$

2. Con lắc đơn treo trong buồng thang máy ở dưới có g = 10 m/s^2. Khi thang máy đứng yên thì chu kì T = 2s và biên độ dao động là $\alpha_0 = 6^0$. Cho thang máy đi lên chậm dần đều theo phương thẳng đứng với gia tốc có độ lớn 1 m/s^2 thì chu kì và biên độ dao động của con lắc thay đổi như thế nào?

Giải

Vì điểm treo chuyển động có gia tốc $\vec{a}$ cùng với thang máy nên con lắc dao động trong trọng trường có gia tốc biểu kiến g' xác định bởi:

$$m\vec{g}' = m\vec{g} + \vec{F}' \Rightarrow g = g - |a| = 9m/s^2$$



- Chu kì $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

$\Rightarrow T' = T.\sqrt{\frac{g}{g'}} = 2,108s$

Chu kì tăng từ T = 2s đến T' = 2,108s.

- Biên độ:

– Thang máy đứng yên: Cơ năng $E = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$

– Thang máy đi lên chậm dần đều: Con lắc dao động trong trọng trường có gia tốc biểu kiến g' với biên độ $\alpha_0 \Rightarrow$ cơ năng $E' = \frac{1}{2}mg'.l.\ \alpha_0'^2$

$$E' = E \Rightarrow \alpha'_0 = \alpha_0\sqrt{\frac{g}{g'}} = 6,32^0.$$

Vậy biên độ tăng từ $\alpha_0 = 6^0$ đến $\alpha'_0 = 6,23^0$.

3. Một con lắc đồng hồ coi như con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng m = 200g, treo ở đầu một sợi dây bằng kim loại chiều dài l, có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$. Ở mặt đất, nơi có gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2, nhiệt độ $t = 25^0C$ thì nó chạy nhanh hay chậm mỗi ngày bao nhiêu?

b) Ở độ cao h = 640m, nhiệt độ $t_h = -5^0C$ ta cho quả cầu con lắc tích điện q rồi đặt trong điện trường đều $\vec{E}$ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, độ lớn $E = 2.10^5$ V/m thì khi đó đồng hồ lại chỉ đúng giờ như lúc ở mặt đất. Hãy tính điện tích q? Cho bán kính Trái Đất R = 6400km.

Giải

a) Đồng hồ ở độ cao h:

$$\frac{T}{T_h} = \sqrt{\frac{g_h}{g}.\frac{l}{l_h}} = \left[\frac{g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)}{g}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{l_0(1 + \alpha.t)}{l_0(1 + \alpha.t_h)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{T}{T_h} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)\left[1 + \frac{1}{2}\alpha(t - t_h)\right]$$

$$= (1 - 10^{-4})(1 + 3.10^{-4}) = 1 + 2.10^{-4} \Rightarrow T = T_h + 2.10^{-4}T_h$$

Mỗi chu kì nhanh: $\Delta T = T - T_h = 1.10^{-4}T_h$.

Mỗi ngày nhanh: $\Delta T = n.\Delta T = \frac{86400}{T_h}.2.10^{-4}T_h = 17{,}28s$

b) Tìm điện tích q:

- Con lắc dao động trong trọng trường có gia tốc biểu kiến g':

$$m\vec{g}' = m\vec{g}_h + \vec{f} \Rightarrow mg' = mg_h + qE$$

$$g' = g_h + \frac{qE}{m} = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right) + \frac{qE}{m}\ (1);\ \text{Chu kì } T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l_h}{g'}}$$

- Chu kì khi ở mặt đất: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T'_h = T$

$$\Rightarrow \frac{l_h}{g'} = \frac{l_h}{g} \Leftrightarrow \frac{g'}{g} = \frac{l_h}{l} = 1 + \alpha(t_h - t) \Rightarrow g' = g + \alpha(t_h - t)g\ (2)$$

$$(1)\text{ và }(2) \Rightarrow q = \frac{\alpha(t_h - t).mg}{E} + \frac{2h.mg}{RE} \Rightarrow q = -4.10^{-9}\ (C)$$

4. Một con lắc được treo vào trần thang máy. Con lắc có chu kì (T = 2s) khi thang máy đứng yên. Tìm chu kì con lắc trong các trường hợp:

a) Đi lên hoặc đi xuống:

– Nhanh dần đều với gia tốc $a = 0{,}1\ m/s^2$

– Đều

– Chậm dần đều với $a = 0{,}1m/s^2$

b) Muốn chu kì con lắc là 2.002s thì thang máy phải chuyển động với gia tốc bằng bao nhiêu? Trạng thái chuyển động của thang máy như thế nào?

Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$.

Giải

a) Xét trong hệ quy chiếu gắn với thang máy, con lắc chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực căng của dây $\vec{\tau}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$.

Đặt con lắc dao động với chu kì:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}$$

Xét: $\vec{g} \uparrow\downarrow \vec{a}$ (đi xuống nhanh dần đều hoặc đi lên chậm dần đều).

$$g_{hd} = g - a = 9{,}8 - 0{,}1 = 9{,}7 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{g_{hd}}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{g}{g_{hd}}}.T_0$$

Với: $T_0 = 2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s \Rightarrow T = \sqrt{\frac{9{,}8}{9{,}7}}.2 = 2{,}01 \text{ (s)}$

Thẳng đều: $a = 0$; $T = T_0 = 2$ (s)

Xét: $\vec{g} \uparrow\downarrow \vec{a}$

$$G_{hd} = g + a = 9{,}8 + 0{,}1 = 9{,}9 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$T = \sqrt{\frac{9{,}8}{9{,}7}}.2 = 1{,}99 \text{ (s)}$$

b) Theo câu a ta có: $g_{hd} = g\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = 9{,}8\left(\frac{2}{2{,}002}\right)^2 = 9{,}8 \text{ m/s}^2 < g$

$\Rightarrow g_{hd} = g - a \Rightarrow g - g_{hd} = 0{,}02 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

– Một con lắc đơn dao động điều hòa giữa Y và Z. Gọi F là độ lớn của hợp lực đặt lên con lắc, a là độ lớn của gia tốc con lắc.

Tại Y:

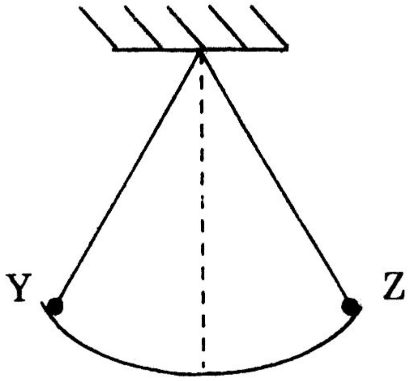
A. F và a đều cực đại.

B. F cực đại, a bằng không.

C. F bằng không, a cực đại.

D. F và a đều bằng không.

– Đáp số: A. F và a đều cực đại.



IV. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ có khối lượng m = 2g và một dây treo mảnh, chiều dài *l*, được kích thích cho dao động điều hòa. Trong khoảng thời gian Δt con lắc thực hiện 40 dao động. Khi tăng chiều dài con lắc thêm một đoạn dài bằng 7,9cm thì cũng trong khoảng thời gian Δt nó thực hiện được 39 dao động. Lấy gia tốc trọng trường $g = 9,8\ m/s^2$.

a) Kí hiệu chiều dài mới của con lắc là l'. Tính l, l' và các chu kì dao động T, T' tương ứng.

b) Để con lắc với chiều dài l' có cùng chu kì dao động như con lắc chiều dài l, người ta truyền cho vật điện tích $q = +0,5.10^{-8}C$ rồi cho nó dao động điều hòa trong một điện trường đều $\vec{E}$ có các đường sức thẳng đứng. Xác định chiều và độ lớn của vectơ cường độ điện trường.

Giải

a) Chu kì dao động của con lắc thứ nhất: $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = \dfrac{\Delta t}{N_1}$

Chu kì dao động của con lắc thứ hai: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g}} = \dfrac{\Delta t}{N_2}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l}{l'}} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{l}{l'} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 = \left(\frac{39}{40}\right)^2 = \frac{1521}{1600} \quad (1)$$

$$l' = l + 0,079 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra:

$l = 1,521m$; $l' = 1,6m$

$$\Rightarrow T_2 = 2.3,14\sqrt{\frac{1,521}{9,8}} \approx 2,47s \text{ và } T_2 = 2.3,14\sqrt{\frac{1,6}{9,8}} \approx 2,5s$$

b) Vật m của con lắc mang điện tích $q = +0,5.10^{-8}C$ chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$, lực điện trường $\vec{F}$ và lực căng dây $\vec{\tau}$.

Đặt: $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F} = m.\vec{g}_{hd}$

$$\Rightarrow \vec{g}_{hd} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\Rightarrow g_{hd} = g \pm \frac{qE}{m} \quad (3)$$

(Lấy dấu + khi $\vec{E}$ hướng từ trên xuống, lấy dấu – khi $\vec{E}$ hướng từ dưới lên)

Chu kì dao động của con lắc mang điện tích q: $T_3 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l'}{g_{hd}}}$

Theo đầu bài: $T_3 = T_1 \Rightarrow \dfrac{l}{g} = \dfrac{l'}{g_{hd}} \Rightarrow g_{hd} = \dfrac{1600}{1521}g < g$

Vậy công thức (3) phải lấy dấu cộng nên $\vec{E}$ hướng từ trên xuống.

$$\Rightarrow \frac{1600}{1521}g = g - \frac{qE}{m} \Rightarrow E = \frac{97mg}{152q} = \frac{79.2.10^{-3}.9,8}{1521.0,5.10^{-8}} = 2,04.10^5\ V/m$$

2. Một con lắc đơn gồm một quả lắc nhỏ bằng kim loại có khối lượng m = 50g đươc treo bằng một sợi dây không dãn có khối lượng không đáng kể, chiều dài sợi dây l = 90cm.

1. Tính chu kì dao động của con lắc.

2. Tích điện cho quả cầu một điện tích q = -5.10^{-5}C rồi cho nó dao động trong một điện trường đều có phương thẳng đứng thì thấy chu kì dao động của con lắc tăng lên gấp đôi. Hãy xác định chiều, độ lớn của điện trường $\vec{E}$.

3. Nếu đổi chiều cường độ điện trường $\vec{E}$ thì chu kì dao động của con lắc sẽ là bao nhiêu? Bỏ qua ma sát và lấy g = 9,81 m/s^2.

(Cao đẳng Sư phạm Hà Tây)

Giải

a) Chu kì dao động của con lắc (E = 0):

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2.3,14\sqrt{\frac{0,9}{0,81}} \approx 1,902\text{s}$$

b) Khi đặt con lắc trong điện trường đều, ngoài trọng lực $\vec{P} = m\vec{g} = \text{const}$ và lực căng dây $\vec{\tau}$, nó còn chịu tác dụng của lực điện trường $\vec{F} = q.\vec{E} = \text{const}$

Đặt: $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_d = m\vec{g}_{hd} = \text{const}$

Gia tốc trọng lực hiệu dụng:

$$\vec{g}_{hd} = \vec{g} + \frac{\vec{F}_d}{m} = \vec{g} + \vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\Rightarrow g_{hd} = g \pm \frac{qE}{m} \qquad (1)$$

(Lấy dấu + khi $\vec{E}$ hướng từ trên xuống, lấy dấu – khi $\vec{E}$ hướng từ dưới lên)

Chu kì dao động của con lắc mang điện tích q: $T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_{hd}}}$

Theo đầu bài: $T_2 = 2T_1 \Rightarrow \dfrac{l}{g_{hd}} = \dfrac{4l}{g} \Rightarrow g_{hd} = \dfrac{g}{4}$

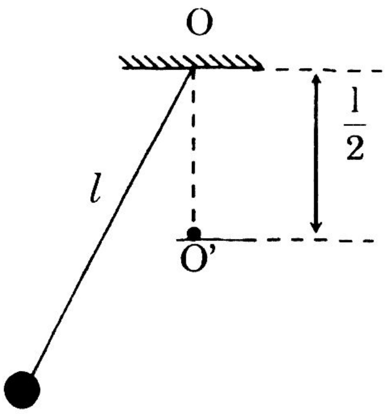
Vậy công thức (1) phải lấy dấu cộng nên $\vec{E}$ hướng từ trên xuống.

$$\Rightarrow \frac{g}{4} = g - \frac{qE}{m} \Rightarrow E = \frac{0,75mg}{q} = \frac{0,75.50.10^{-3}.9,8}{5.10^{-5}} = 7350 \text{ V/m}$$

c) Nếu đổi chiều cường độ điện trường $\vec{E}$ thì chu kì dao động của con lắc sẽ là:

$$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}} = 2.3,14\sqrt{\frac{0,9}{9,8 + \frac{5.10^{-5}3750}{50.10^{-3}}}} \approx 1,62\text{s}.$$

3.



Treo một con lắc đơn vào một tấm gỗ thẳng đứng. Dây treo mềm có chiều dài là l = 1m. Dọc theo đường thẳng đứng, cách điểm treo con lắc một đoạn $\frac{l}{2}$, người ta đóng một chiếc đinh. Khi dao động con lắc sẽ vướng vào đinh.

a) Tính chu kì của con lắc.

b) Chu kì của con lắc là bao nhiêu?

Nếu con lắc và tấm gỗ chuyển động theo phương thẳng đứng lên phía trên với gia tốc $a = \frac{g}{2}$

c) Đem con lắc và tấm gỗ lên Mặt Trăng. Chu kì dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

(ĐH Bưu Chính Viễn Thông – 98)

Giải

a) Chu kì dao động của con lắc chiều dài l: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Chu kì dao động của con lắc có chiều dài $\frac{l}{2}$: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$

Chu kì của con lắc cần tìm: (con lắc theo đầu bài)

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 1{,}7s$$

b) Xét trong hệ quy chiếu gắn với tấm gỗ. Vật m ngoài trọng lực $\vec{P}$, lực căng của dây $\vec{\tau}$ còn chịu tác dụng của lực quán tính.

$$\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a} = m\frac{\vec{g}}{2}$$

Do: $\vec{P}$ = const, $\vec{F}_{qt}$ = conts

Đặt: $\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}_{qt}$

$$\vec{P}_{hd} = m.\vec{g} + \frac{1}{2}m.\vec{g} = \frac{3}{2}m.\vec{g}$$

$$\vec{g}_{hd} = \frac{3}{2}\vec{g}$$

Chu kì dao động của con lắc khi đó:

$$T' = \pi\sqrt{\frac{l}{g_{hd}}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$T' = \sqrt{\frac{2}{3}}\,T = 1{,}388s \approx 1{,}4s$$

c) Chu kì dao động của con lắc trên ở Mặt Trăng:

$$T'' = \pi\sqrt{\frac{l}{g_{MT}}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Với: $g_{MT} = G\frac{M_T}{R_t^2} = \frac{GM(3,7)^2}{81.R^2} = 1{,}69\ m/s^2$

$$\Rightarrow T'' = \frac{T}{\sqrt{0,169}} = 4{,}14s$$

4. Một con lắc đơn gồm một quả lắc khối lượng 60g treo vào sợi dây dài 1m, ở một nơi có gia tốc trọng trường g = 9,8 m/s^2. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Góc lệch cực đại của con lắc so với phương thẳng đứng là $\alpha_m = 30^0$.

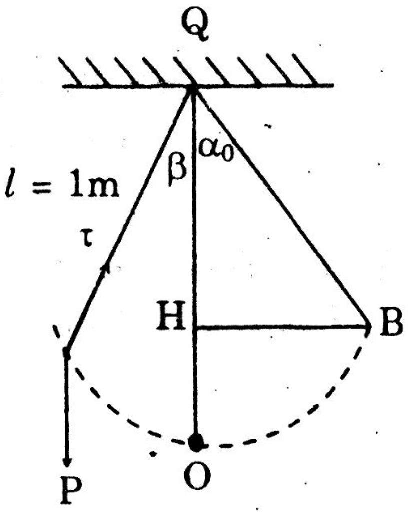
– Thành lập công thức tính vận tốc của quả cầu và lực căng của dây treo.

– Tính vận tốc lớn nhất của quả cầu, lực căng nhỏ nhất của dây treo.

b) Treo con lắc trên vào trần một thang máy. Kéo thang máy lên nhanh dần đều với gia tốc a, người ta thấy chu kì con lắc (khi nó dao động với biên độ góc nhỏ) giảm 3% so với chu kì của nó lúc thang máy đứng yên. Hãy xác định gia tốc a.

(ĐH Thương Mại – 2000)

Giải



a) Chọn gốc thế năng tại O.

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$Mgh\,(1 - \cos\alpha_0) = \frac{1}{2}mV^2 + mgl(1 - \cos\beta)$$

Vật m chịu tác dụng của 2 lực $\vec{P}$, $\vec{\tau}$ như hình:

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow P\cos\beta + \tau = \frac{mV^2}{l} \qquad (2)$$

Thay (1) và (2)

$\Rightarrow \tau = mg\cos\beta + 2mg(\cos\beta - \cos\alpha_0)$

$\Rightarrow \tau = mg(3\cos\beta - 2\cos\alpha_0)$

Lực căng dây lớn nhất:

$\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} = \frac{3 - 2\cos\alpha_0}{\cos\alpha_0} = \frac{3 - 2\cos 30^0}{\cos 30^0}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_{max}}{\tau_{min}} = \frac{3 - 2.0,866}{0,866} = 1,47$$

b) Trong trường hợp thang máy chuyển động có gia tốc không phải là g nữa mà là gia tốc trọng trường hiệu dụng g_{hd}.

Xét lực quán tính: $\vec{F}_{qt} = -ma$

$$\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{a} \Rightarrow g_{hd} = g - a$$

$$\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{a} \Rightarrow g_{hd} = g + a$$

$$\vec{g} \perp \vec{a} \Rightarrow g_{hd} = \sqrt{g^2 + a^2}$$

Trong trường hợp này có $\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{a} \Rightarrow g_{hd} = g + a$

Ta có: $T = 2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T' = \sqrt{\frac{l}{g+a}}$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}}$$

$$\frac{T - T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = 0,03$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{g}{g+a}} = 1 - 0,03 = 0,97 \Rightarrow \frac{g}{g+a} = (0,97)^2$$

$$a = \frac{g}{(0,97)^2} - g = \frac{9,86}{(0,97)^2} - 9,96 = 0,62\ (m/s^2)$$

Loại 5. VẬN TỐC DÀI – LỰC HƯỚNG TÂM CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT m KHI DÂY TREO CON LẮC ĐỨT

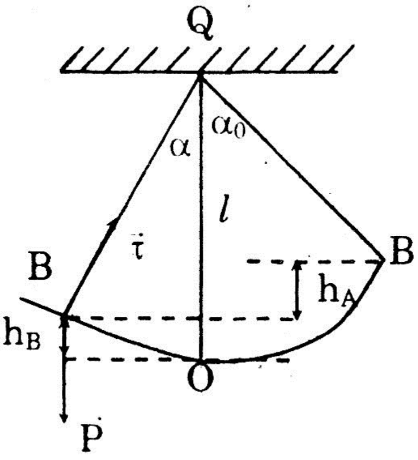
I. PHƯƠNG PHÁP

1. Lực hướng tâm

$$F = \frac{mv^2}{R} = m.\omega^2R$$

- R: Bán kính quỹ đạo
- V: Vận tốc dài
- ω: Vận tốc góc

2. Quan hệ giữa vận tốc v và góc lệch α tại điểm đang xét:



Xét một con lắc dây có độ dài l, vật nặng có khối lượng m, dao động với biên độ góc α_0.

Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng O. Dựa vào hình vẽ áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$E_B = E_A \Leftrightarrow \frac{1}{2}my^2 + mgh_B = mgh_A$$

$$\Leftrightarrow v^2 = 2g(h_A - h_B) \qquad (1)$$

Với: $h_A = l - l\cos\alpha_0$

$h_B = l - l\cos\alpha_0$

3. Quan hệ giữa lực căng $\vec{\tau}$ của sợi dây và góc α:

Xét tại B, hợp lực tác dụng lên vật nặng là:

$$\vec{F} = \vec{\tau} + \vec{P}$$

Chiếu phương trình lên hướng của $\vec{\tau}$ ta được:

$$ma_{ht} = \tau - P\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \tau = m\frac{v^2}{R} + mg\cos\alpha \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

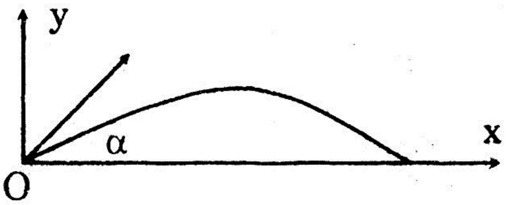
4. Một số trường hợp riêng:

a) Tại vị trí cân bằng O: ($\alpha = 0$)

– v đạt cực đại: $v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

– τ đạt cực đại: $\tau_{max} = mg.(3 - 2\cos\alpha_0)$

b) Tại vị trí biên: $\tau_{min} = mg\cos\alpha_0$



5. Chuyển động ném xiên:

a) Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t = v_0\cos\alpha t \\ y = \dfrac{gt^2}{2} - v_0\sin\alpha t \end{cases}$$

b) Phương trình quỹ đạo: $y = \dfrac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} - (tg\alpha).x$

c) Vận tốc: $\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = gt - v_0\sin\alpha t \end{cases}$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

d) Độ cao cực đại: $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$; $y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

e) Tầm ném: $x_A = 2x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$(x_A) = \frac{v_0^2}{g} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^0.$

II. BÀI TẬP MẪU

1. Con lắc đơn có chiều dài l = 1m, vật treo có khối lượng m = 10g. lấy $g = \pi^2 = 10$ m/s^2 và bỏ qua mọi ma sát.

a) Viết phương trình dao động của con lắc (dạng góc lệch α). Biết rằng lúc t = 0 thì góc lệch có giá trị cực đại $\alpha_0 = 4^0$. Suy ra cơ năng toàn phần W và vận tốc cực đại của con lắc.

b) Cho con lắc mang điện tích q và đặt trong một điện trường đều $\vec{E}$ có đường sức thẳng đứng, cường độ điện trường E = 1000 V/m thì con lắc có chu kì T = 1,95s. Tìm q và chiều dài của điện trường.

Giải

a) $\alpha = \frac{\pi}{45}\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (rad) hay $\alpha \approx 0{,}07\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(rad)

Cơ năng $W = (W_1)_{max} = mgl(1 - \cos\alpha_0) \approx \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 \approx 2{,}4.10^{-4}$J

$V_{max} = \alpha_0\sqrt{gl} = 0{,}22$ m/s

b) Lực điện trường $\vec{F} = q\vec{E}$ có phương thẳng đứng ⇒ con lắc có trọng lượng biểu biến P' = mg'

Từ: $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F} \Rightarrow g' = g \pm \frac{|q|E}{m}$

suy ra $|q| = \frac{(g' - g)m}{E} = 5{,}210^{-6}$C

– Nếu q > 0, vectơ $\vec{E}$ hướng xuống

– Nếu q < 0, vectơ $\vec{E}$ hướng lên.

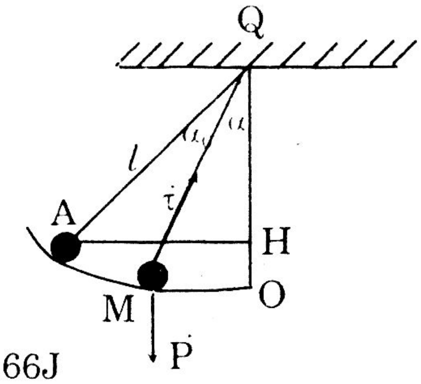
2. Một con lắc đơn có dây treo dài 1m, quả nặng của con lắc có khối lượng m = 0,5kg dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 60^0$. Lấy g = 9,8 m/s^2.

a) Tính thế năng và động năng khi con lắc có tọa độ góc $\alpha = 30^0$. Chọn gốc thế năng ở vị trí cân bằng.

b) Ở tọa độ góc $\alpha = 30^0$. Lực căng dây là bao nhiêu?

c) Giả sử dây treo con lắc bị đứt khi lực căng dây là 12N. Tìm điều kiện với biên độ góc để dây treo không đứt trong quá trình dao động. Cho $\cos 74^0 = 0{,}276$.

Giải



a) Cơ năng bằng thế năng ban đầu ($\alpha_0 = 60^0$)

$$E - E_t = mg.OH = mg.l(1 - \cos\alpha_0)$$

$$= 0,5.9,8.1.\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2,45J$$

Thế năng ở vị trí $\alpha = 30^0$:

$E_t = mg.l(1 - \cos\alpha) = 0,5.9,8.1.(1 - 0,866) = 0,66J$

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$E = E_t + E_d \Rightarrow E_d = E - E_t = 2,45 - 0,66 = 1,79J$$

b) Vật m chịu tác dụng của trọng lực $\vec P$ và lực căng dây $\vec\tau$ như hình vẽ.

Theo định luật 2 Niutơn:

$$\vec P + \vec\tau = m\vec a$$

$$\Rightarrow \tau = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l}$$

Ta lại có: $E_d = \frac{1}{2}mv^2 = E - E_t = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

$$\Rightarrow \tau = mg\cos\alpha + 2mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$\tau = mh(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

Thay số: $\tau = 0,5.9,8(3.0,866 - 2.0,5) = 7,82N$.

c) Điều kiện dây treo không bị đứt:

$$\tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) < 12$$

$$\Rightarrow 0,5.9,8\ (3 - 2\cos\alpha_0) < 12$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_0 > 0,2755 \Rightarrow \alpha_0 < 74^0$$

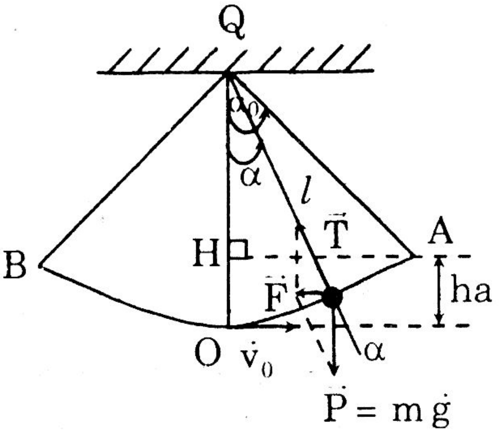
3. Con lắc đơn khối lượng m = 100g, chiều dài l = 36,1cm. Từ vị trí cân bằng O quả cầu m được truyền vận tốc $\vec v_0$ theo phương nằm ngang. Biết rằng sức căng dây không được vượt quá 2N. Hỏi vận tốc v_0 và biên độ dao động α_0 phải thỏa mãn điều kiện nào. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

Giải

Hợp lực $\vec F = m\vec g + \vec T$ chiếu xuống bán kính QM, chiều (+) → điểm treo Q

$$F_{td} = -mg\cos\alpha;\ T = m.\frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow T = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l} \qquad (1)$$



- Từ (1) $\Rightarrow T_{max} \Leftrightarrow (\cos\alpha)_{max} = 1$

  $\Leftrightarrow \alpha = O$ và $v_{max} = v_0$

Vậy $T_{max} = mg + m\frac{v_0^2}{l} \leq 2N \Rightarrow v_0^2 \leq 3{,}61$

Vậy $v_0 \leq 1{,}9$ (m/s)

- Ta có: $T_{max} = mg + m\frac{v_0^2}{l}$

Định luật bảo toàn cơ năng $\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_A \Rightarrow v_0^2 = 2gl(1 - \cos\alpha_0)$

Vậy $T_{max} = mg + m\frac{v_0^2}{2} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \leq 2N.$

$\cos\alpha_0 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_0 \leq 60^0.$

4. Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng m = 500g được treo bằng một sợi dây dài l = 1m tại một nơi có gia tốc trọng trường g = 9,8 m/s^2. Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc α_0 rồi thả không vận tốc đầu. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát.

- Thiết lập biểu thức tính lực căng của dây treo ứng với góc lệch α_0.
- Giả sử dây treo con lắc có thể chịu một lực căng lớn nhất là 12N. Tìm điều kiện đối với biên độ góc α_0 để dây treo không bị đứt trong quá trình dao động.

Giải

- Biểu thức tính lực căng của dây:

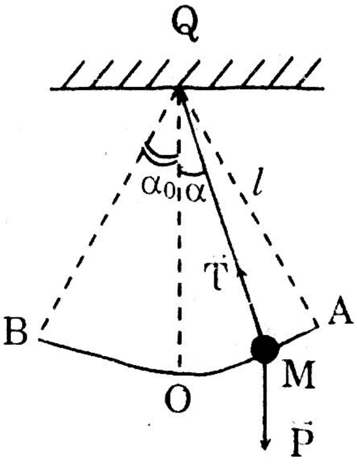
Tại vị trí bất kì, có hai lực tác dụng lên vật là trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{T}$.

Áp dụng định luật II Newton: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Chiếu lên trục hướng tâm:

$-P\cos\alpha + T = ma_n = m\frac{v^2}{l}$

$\Rightarrow T = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l}$



Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$E_M = E_A \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh_M = 0 + mgh_A$

Với gốc thế năng ở O:

$\frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha) = mgl(1 - \cos\alpha_0)$

$\Rightarrow v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

$\Rightarrow$ Thế vào ta có biểu lực căng dây $T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

- Lực căng dây có giá trị lớn nhất khi vật qua vị trí cân bằng $\alpha = 0$

$\Rightarrow T_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$

Để dây không bị đứt trong quá trình dao động $T_{max} \leq 12$

$\Rightarrow mg(3 - 2\cos\alpha_0) \leq 123 \Rightarrow \cos\alpha_0 \geq 0,2755$

$\Rightarrow \cos\alpha_0 \geq \cos74^0 \Rightarrow \alpha_0 \leq 74^0$.

III. ĐỂ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ có khối lượng m = 200g được treo vào một sợi dây không co dãn, Khối lượng không đáng kể, chiều dài l = 0,4m. Từ vị trrí cân bằng, người ta truyền cho vật một vận tốc v = 2 m/s theo phương nằm ngang để nó chuyển động. Xác định:

a) Độ cao lớn nhất mà vật đạt đến được kể từ vị trí cân bằng và góc lệch lớn nhất của con lắc so với phương thẳng đứng.

b) Giá trị cực đại của lực căng dây. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của không khí. Cho $g = 10\ m/s^2$.

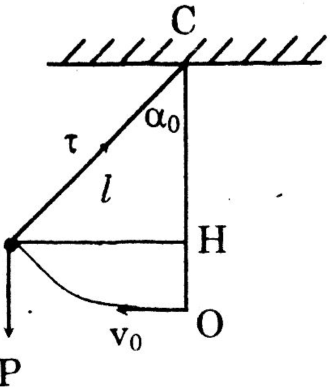
(Đại học Kiến trúc TP. Hồ Chí Minh - 2000)

Giải

a) Giả sử vật lệch so với phương thẳng đứng một góc $\alpha < 90^0$ thì v = 0

Chọn gốc thế năng tại O

Định luật bảo toàn cơ năng:



$$E_0 = E_A \Rightarrow m\frac{v_0^2}{2} = mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \left(1 - \frac{v^2}{2gl}\right)$$

Thay số:

$$\cos\alpha = 1.\left(1 - \frac{2^2}{2.10.04}\right) = 0,5$$

$\Rightarrow \alpha = 60^0$

Vậy góc lệch lớn nhất của con lắc so với phương thẳng đứng là $\alpha = 60^0$.

Độ cao của A so với O:

$$h = OH = l(1 - \cos\alpha) = 0,4(1 - 0,5) = 0,2m$$

b) Xét ở vị trí bất kì:

Vật chịu tác dụng của 2 lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực căng của sợi dây $\vec{\tau}$

Theo định luật II Niutơn:

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a} \qquad (1)$$

Chiếu (1) lên phương $\vec{\tau}$:

$$-P.\cos\beta + \tau = ma_{ht} = m\frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow \tau = m\frac{v^2}{l} + mg.\cos\beta \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \tau = mg.\cos\beta + m\frac{v^2}{l}$$

Vận dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$m\frac{v^2}{2} = mgl(1 - \cos\beta) + m\frac{v_B^2}{l}$$

$\Rightarrow v_B{}^2 = v^2 - 2gl(1 - \cos\beta)$ (3)

Từ (2) và (3), suy ra: β

$$\tau = mg.\cos\beta + \frac{m}{l}[v^2 - 2gl(1 - \cos\beta)] = \frac{m}{l}v^2 - 2mg + 3\cos\beta$$

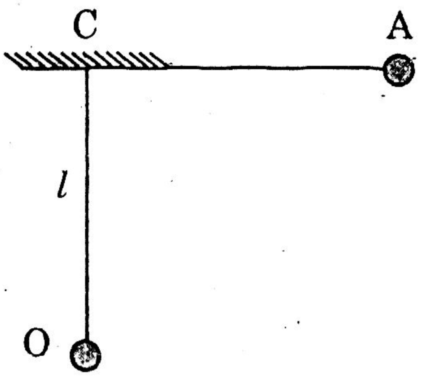
$$\tau_{max} = \frac{m}{l}v^2 + mg(\cos\beta = 1)$$

$$\tau_{max} = \frac{0,2}{0,4}2^2 + 0,2.10 = 4N$$

2. Một con lắc dây, chiều dài l chuyển động lên phía trên đến một vị trí nằm ngang (hình vẽ) và rơi trở lại. Hãy tính lực căng mà dây phải chịu để kéo con lắc đó khi nó đi qua vị trí cân bằng? Cho biết khối lượng của con lắc là m. Bỏ qua khối lượng của dây và sức cản không khí.

(Trường Đại học An Ninh – 1998)

Giải



Chọn gốc thế năng tại C:

$$E_A = E_0$$

$$\Rightarrow 0 = -mgl + m\frac{v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gl$$

Vật chịu tác dụng của 2 lực: trọng lực $\vec{P}$ và lực căng của sợi dây $\vec{T}$.

Theo định luật II Niutơn:

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow -P + T = m\frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow T = mgl + \frac{m}{l}.2gl \Rightarrow T = 3N.$$

Lực căng mà dây phải chịu khi con lắc đi qua vị trí cân bằng là 3N.

3. Một con lắc đơn, chiều dài dây treo $l = 0,4m$, khối lượng vật nặng m = 200g, vị trí cân bằng O cách mặt đất 0,45m. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10m/s^2$.

a) Kéo con lắc lệch 60^0 so với vị trí cân bằng rồi buông nhẹ. Tìm độ lớn vận tốc của vật lúc lực căng của dây bằng 4N.

b) Giả sử đúng lúc trên dây bị đứt. Tìm phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây đứt. Tính khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng qua điểm treo.

(ĐH Quốc gia TP. Hồ Chí Minh - 1997)

Giải

a) Vật m chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{\tau}$ như hình vẽ.

Áp dụng định luật II Niutơn:

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a} \qquad (1)$$

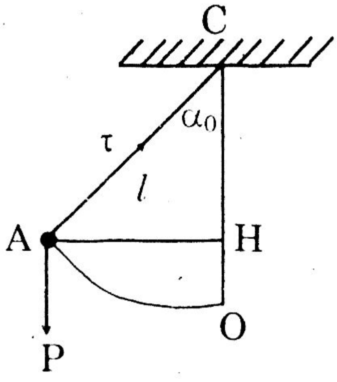
Chiếu (1) lên phương sợi dây. Chiều dương hướng về tâm:

$$-mg.\cos\alpha + \tau = m\frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow \tau = mg.\cos\alpha + m\frac{v^2}{l}$$

Định luật bảo toàn cơ năng: (Chọn gốc thế năng tại C)

$$E_A = E_B \Rightarrow -mgl.\cos\alpha_0 = -mgl.\cos\alpha + m\frac{v^2}{2}$$



$$\Rightarrow v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra:

$\tau = mg\cos\alpha + 2mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

Thay số: $4 = 0,2.10(3\cos\alpha - 2.0,5)$

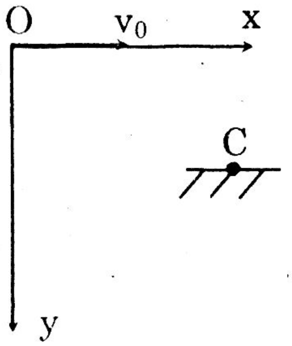
$\Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$

$v_0 = \sqrt{2.10.0,4(1-0,5)} = 2\text{m/s}$

b) Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ:

– Phương trình chuyển động của vật m:

$$\begin{cases} x = v_0t = 2t \\ y = \dfrac{gt^2}{2} = 5t^2 \end{cases} \quad (t \ge 0)$$



– Phương trình quỹ đạo:

$y = 1,25x^2$ $(x \ge 0)$

– Khi vật chạm đất tại C $(x_C; 0,45)$

$$0,45 = 1,25x_C^2 \Rightarrow x_C = \sqrt{\frac{0,45}{1,25}} = 0,6\ (\text{m})$$

4. Một con lắc đơn dài l(m), một đầu A gắn chặt trên giá đỡ, đầu kia buộc quả cầu nhỏ khối lượng 100g. Ban đầu con lắc được kéo ra sao cho dây treo lệch 90^0 so với phương thẳng đứng rồi thả không vận tốc. Bỏ qua mọi ma sát. Lấy $g = 10m/s^2$.

a) Tính sức căng dây khi góc lệch của dây so với phương thẳng đứng $\alpha = 30^0$ và $\alpha = 0^0$.

b) Giả sử tại vị trí cân bằng dây bị đứt. Hỏi quả cầu rơi xuống đất cách chân đường thẳng đứng đi qua A bao xa, biết A ở độ cao 5m so với mặt đất.

(ĐH Giao thông Vận Tải – 1998)

Giải

a) Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng O.

Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

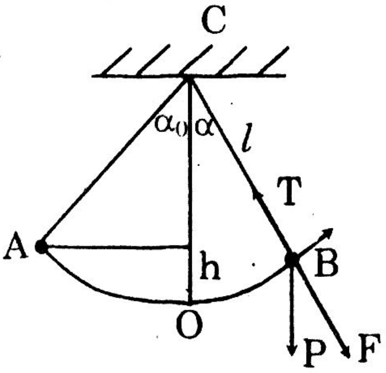
$$mgl(1 = \cos\alpha_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{2.g.l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \qquad (1)$$

Vật m chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{\tau}$ và $\vec{F}$ như hình.

Theo định luật II Niutơn:

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a}$$



Chiếu dọc theo phương sợi dây, chiều dương hướng về điểm treo C:

$$-P.\cos\alpha + \tau = ma_{ht} = \frac{mv^2}{l}$$

$$\Rightarrow \tau = mg.\cos\alpha + \frac{mv^2}{l} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra:

$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

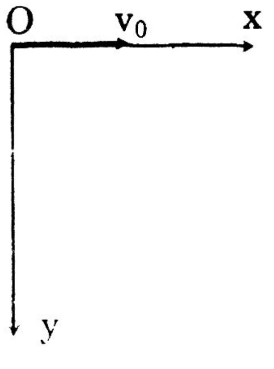
- Xét: $\alpha = 30^0$

$\Rightarrow \tau = 0,1.10(3.0,866 - 2.0) \approx 2,6N$

- Xét: $\alpha = 0^0$

$\Rightarrow \tau = 0,1.10(3.1) = 3N$

b) Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ:



Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases} x = vt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Phương trình quỹ đạo: $y = \frac{gx^2}{2v^2}$

Điểm chạm đất $C(x_c; y_c = 5 - 1 = 4m)$

$$v^2 = 2.10.1(1 - 0) = 20$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{10x_c^2}{2.20} \Rightarrow x_c = 4\ (m)$$

5.

1. Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng $m_1 = 400g$ được treo vào một sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể, có chiều dài l = 1m. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của không khí. Cho $g = 9,8m/s^2$. Tính chu kì dao động bé của con lắc này.

2. Một viên đất sét khối lượng $m_2 = 100g$ bay với vận tốc $v_0 = 10m/s$ theo phương nằm ngang va vào quả cầu (đang đứng ở vị trí cân bằng) và dính chặt vào đó thành vật M khối lượng $m = m_1 + m_2$. Hãy xác định:

a) Độ cao lớn nhất mà con lắc mới đạt được.

b) Biên độ góc của dao động của con lắc mới.

c) Vận tốc của vật M khi con lắc mới lệch một góc $\beta = 30^0$ so với vị trí cân bằng.

d) Lực căng của dây treo khi góc lệch bằng $\tau = 30^0$.

(Học viện Kĩ thuật mật mã – 1999)

Giải

1. Chu kì dao động của con lắc: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2s$

2.

a) Độ cao lớn nhất mà con lắc đạt tới:

Định luật bảo toàn động lượng:

$$m_2v_0 = (m_1 + m_2)v$$

$$\Rightarrow v = \frac{m_2v_0}{m_1 + m_2} = 2m/s$$

Định luật bảo toàn cơ năng: $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \approx 0,2m$$

Độ cao cực đại mà m đạt được so với vị trí cân bằng là 0,2m.

Góc lệch α_0 tương ứng với độ cao h: $h = l(1 - \cos\alpha_0)$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{l - h}{l} = 0{,}8$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = 36{,}87^0 \approx 37^0$$

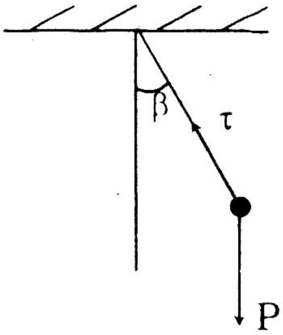
Tìm vận tốc v_B của M tại vị trí ứng với góc $\beta = 30^0$

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgl(1 - \cos\beta)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = v^2 - 2gl(1 - \cos\beta) = 1{,}374$$

$$\Rightarrow v_B = 1{,}17\text{m/s}$$



Con lắc chịu tác dụng của các lực như hình vẽ:

$$\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow -P\cos\beta + \tau = m\frac{v_B^2}{l}$$

$$\tau = m\frac{v_B^2}{l} + mg\cos\beta = 4{,}93\text{N}$$

6. Một quả cầu A có kích thước nhỏ và có khối lượng m = 50g, được treo dưới một sợi dây mảnh, không giãn có chiều dài l = 1m. Ở vị trí cân bằng O quả cầu cách mặt đất nằm ngang một khoảng 0,8m. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng O sao cho sợi dây tạo với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 60^0$, rồi buông cho nó chuyển động không có vận tốc đầu. Bỏ qua lực cản của môi trường. Cho gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$.

a) Tính lực căng của sợi dây khi quả cầu A qua vị trí cân bằng O.

b) Nếu khi qua O dây bị đứt thì hãy mô tả chuyển động của quả cầu và viết phương trình quỹ đạo chuyển động của quả cầu sau khi dây đứt.

c) Xác định vận tốc của quả cầu khi chạm đất và vị trí điểm chạm.

(ĐH Sư phạm Vinh - 1997)

Giải

a) Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng O.

Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$mgl(1 - \cos\alpha_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2.g.l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \qquad (1)$$

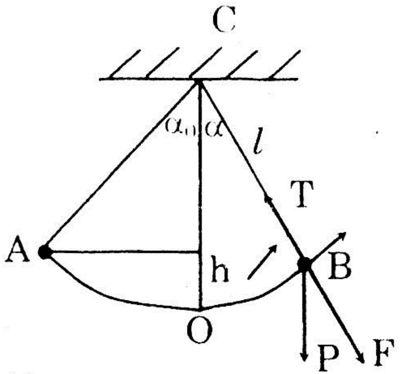
Vật m chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực căng dây $\vec{\tau}$ và $\vec{F}$ như hình.

Theo định luật II Niutơn: $\vec{P} + \vec{\tau} = m\vec{a}$

Chiếu dọc theo phương sợi dây, chiều dương hướng về điểm treo ta có:

$$-P.\cos\alpha + \tau = ma_{ht} = \frac{mv^2}{l}$$

$$\Rightarrow \tau = mg.\cos\alpha + \frac{mv^2}{l} \qquad (2)$$



Từ (1) và (2), suy ra:

$\tau = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

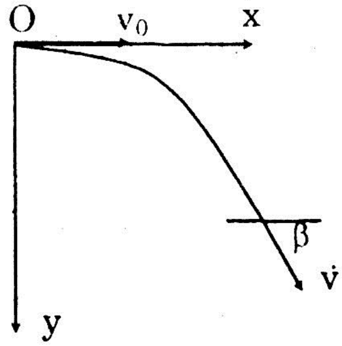
$\tau = 0{,}05.10.(3.1 - 2.0{,}5) = 1N$

b) Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ:

Phương trình chuyển động của vật m:

Theo phương ngang vật chuyển động thẳng đều: $x = v_0t$

Theo phương thẳng đứng vật rơi tự do:



$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{2.gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

$$v_0 = \sqrt{2.10(\cos 0^0 - \cos 60^0)} = \sqrt{10}\ m/s$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}.10\frac{x^2}{10} = \frac{1}{2}x^2$$

Vậy quỹ đạo của quả cầu là một nhánh parabol: $y = \frac{1}{2}x^2$

c) Hoành độ của điểm chạm đất:

$$y = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}\,y = \sqrt{2.0{,}8} = 1{,}265m$$

Định luật bảo toàn năng lượng: $mgh + \frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$$\Leftrightarrow 10.0{,}8 + \frac{1}{2}.10 = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{26} \approx 5{,}1\ (m/s)$$

$$\cos\beta = \frac{v_0}{v} = 0{,}62 \Rightarrow \beta = 51{,}7^0$$

IV. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Một con lắc đơn gồm một quả cầu khối lượng m = 500g được treo trên một sợi dây 1m tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}8m/s^2$. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát ở điểm treo.

a) Tính chu kì của con lắc khi nó dao động với biên độ nhỏ.

b) Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc $\alpha = 60^0$ rồi thả không vận tốc đầu. Tính:

– Vận tốc cực đại của quả cầu.

– Vận tốc quả cầu khi con lắc lệch một góc 30^0 so với phương thẳng đứng

c) Con lắc đi lên đến vị trí có góc lệch 30^0 thì dây treo bị tuột ra.

– Xác định chuyển động của quả cầu sau khi dây bị tuột và thành lập phương trình quỹ đạo của vật.

– Xác định độ cao cực đại của quả cầu trong chuyển động này. So sánh độ cao của quả cầu ở điểm buông con lắc và giải thích.

ĐS: a) 2s; b) 3,13m/s, 2,67m/s;

d) $x = 2{,}31t$; $y = 1{,}335t - 44{,}9t^2$.

2. Một con lắc đơn gồm một kim loại nhỏ, khối lượng m = 1g, tích điện $|q| = 6.10^{-7}$C, được treo vào một sợi dây mảnh dài l = 1,44m trong một điện trường E có phương nằm ngang tại một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}86m/s^2$. Khi đó vị trí cân bằng của con lắc tạo với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^0$.

a) Xác định cường độ điện trường và lực căng của dây.

b) Cho con lắc dao động với biên độ góc nhỏ quanh vị trí cân bằng. Hãy xác định chu kì của con lắc.

c) Con lắc đang đứng yên ở vị trí cân bằng. Nếu bây giờ ta đột ngột đổi chiều điện trường nhưng vẫn giữ nguyên cường độ thì con lắc sẽ chuyển động thế nào? Tính động năng cực đại của quả cầu. Bỏ qua mọi ma sát.

ĐS: 9870V/m; 0,0113N; 2,2s; $7{,}9.10^{-3}$J.

VẤN ĐỀ 4. TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

I. PHƯƠNG PHÁP

Giả sử cần tổng hợp hai dao động:

$$x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$$

Ta biểu diễn các dao động x_1, x_2 bằng các vectơ $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy tại thời điểm t = 0.

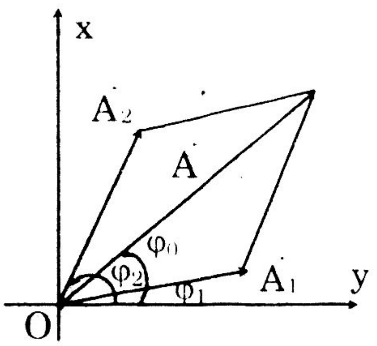
Vẽ vectơ tổng: $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$

$\vec{A}$ chính là vectơ biểu diễn cho dao động tổng hợp:

$$x = x_1 + x_2 = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Với: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$



Trường hợp đặc biệt:

* $A_1 \uparrow\uparrow A_2 : A = A_1 + A_2$

* $A_1 \uparrow\downarrow A_2 : A = |A_1 - A_2|$

* $A_1 \perp A_2 : A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

* $A_1 = A_2 : A = 2A\left|\cos\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right|$

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương. Viết biểu thức của dao động tổng hợp trong trường hợp các dao động thành phần có biểu thức sau:

a) $x_1 = 6\sin\pi t$ (cm); $x_2 = 3\cos\pi t$ (cm)

b) $x_1 = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm; $x_2 = 8\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$cm

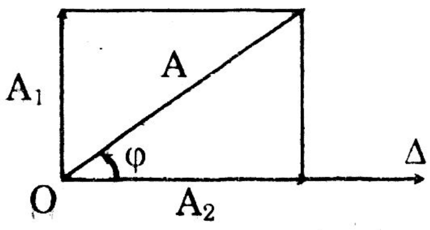
c) $x_1 = 3\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$cm; $x_2 = 3\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$cm

Giải

a) $x_1 = 6\sin\pi t$ (cm)

$x_2 = 3\cos\pi t \text{ (cm)} = 3\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

Giản đồ vectơ:



Phương trình dao động tổng hợp:

$x = A\sin(\pi t + \varphi)$

Với: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{6^2 + 3^3} = 3\sqrt{5}$ cm

$\text{tg}\varphi = \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{6} = 0{,}5$

$\Rightarrow \varphi = \frac{26{,}5}{180}\pi = 0{,}46$ (rad)

Vậy: $x = 3\sqrt{5}\sin(\pi t + 0{,}46)$cm

b) $x_1 = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$cm; $x_2 = 8\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$cm

Giản đồ vectơ:

Phương trình dao động tổng hợp: $x = A\sin(2\pi t + \varphi)$

Với: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\frac{\pi}{3}}$

$$A = \sqrt{4^2 + 8^2 - 2.4.8.0,5} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

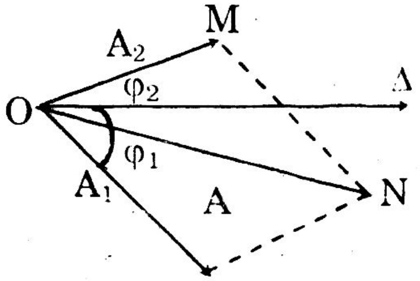
$$\text{tg}\varphi = \frac{4\sin\frac{\pi}{2} + 8\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{4\cos\frac{\pi}{2} + 8\cos\frac{\pi}{6}} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

Vậy: $x = 4\sqrt{3}\sin 2\pi t$ (cm)

c) $x_1 = 3\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm;

$x_2 = 3\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ cm

Giản đồ vectơ:



Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = A\sin(2\pi t + \varphi)$$

Với: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 3\sqrt{2}$ cm

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{3\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 3\sin\frac{\pi}{6}}{3\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 3\cos\frac{\pi}{6}} = -0,2679$$

$\Rightarrow \varphi = -0,26 \text{ rad} = -\frac{\pi}{12}$ rad

Vậy: $x = 3\sqrt{2}\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$ cm

- *Chú ý:* ΔOMN vuông cân tại M:

$$A = ON = OM\sqrt{2} = 3\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$\widehat{MON} = 90^0 : 2 = 45^0 \Rightarrow \varphi = -60^0 + 45^0 = -15^0$$

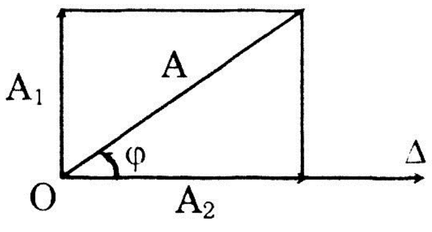
2. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình hai dao động thành phần là:

$$x_1 = 6\sqrt{3}\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm và } x_2 = 6\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Tính vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm t = 2s.

Giải

$$x_1 = 6\sqrt{3}\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{cm};\ x_2 = 6\sin 10\pi t\ (\text{cm})$$



Giản đồ vectơ:

Phương trình dao động tổng hợp:

$$x = A\sin(10\pi t + \varphi)$$

Với: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{\left(6\sqrt{3}\right)^2 + 6^2} = 12\text{cm}$

$$\text{tg}\varphi = \frac{A_1}{A_2} = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}$$

$$x = 12\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm}$$

$$\Rightarrow v = 12.10\pi.\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm/s}$$

$$a = 12(10\pi)^2\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\text{cm/s}^2$$

Tại thời điểm t = 2s

$$v = 12.10.3{,}14.\cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 188{,}4\text{cm/s}$$

$$a = 12.(10.3{,}14)^2.\sin\left(20\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow a = 10246{,}4\text{cm/s}^2 \approx 102\text{m/s}^2$$

3. Biểu thức li độ dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số:

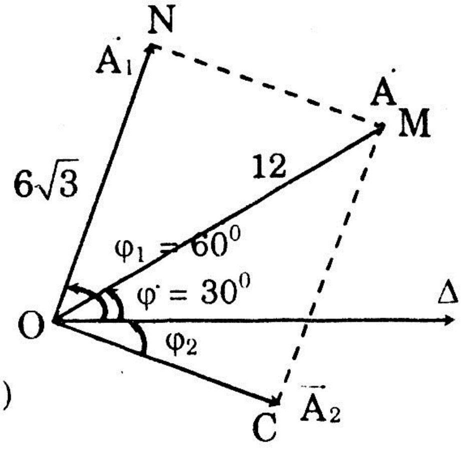
$$x = x_1 + x_2 = 12\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Biết $x_1 = 6\sqrt{3}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (cm)

Hãy xác định x_2 với $x_2 = A_2\sin(2\pi t + \varphi_2)$

Giải

$$\dot{A}_1 \text{ có } \begin{cases} A_1 = 6\sqrt{3}\ (\text{cm}) \\ \varphi_1 = \dfrac{\pi}{3}\ (\text{rad}) \end{cases} \quad \dot{A} \begin{cases} A = 12\text{cm} \\ \varphi = \dfrac{\pi}{6}\ (\text{rad}) \end{cases}$$



Áp dụng công thức cos:

$$MN^2 = OM^2 + CN^2 + 2OM.CN\cos 30^0$$

$$= 12^2 + (6\sqrt{3})^2 + 2.12.6\sqrt{3}.\frac{1}{2} = 6\ (\text{cm})$$

- Tìm φ_2, xét ΔOMP

$$MP^2 = OM^2 + CP^2 - 2OMCP.\cos(30 + |\varphi_2|)$$
$$= 6^2 + 12^2 - 26.12\cos(30 + |\varphi|)$$
$$\Rightarrow \cos(30^0 + |\varphi_2|) = \frac{\pi}{3} = 60^0$$
$$\Rightarrow 30^0 + \varphi_2 = 60^0 \Rightarrow |\varphi_2| = +30^0 \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$$
$$x_2 = 6\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

4. Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình da động là:

$$x_1 = A_1\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm) và } x_2 = 10\sin(100\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động tổng hợp của hai dao động này là:

$$X = A\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Biên độ A_1 thay đổi được. Hãy xác định biểu thức của x_2 và x biết:

a) A_1 = 10cm.

b) A_1 có giá trị sao cho A có giá trị lớn nhất.

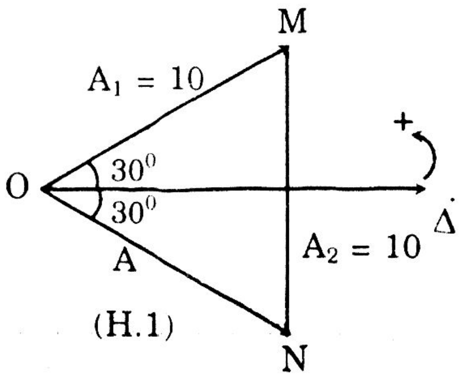
Giải

a) Biểu thức của x_1, x_2 và x

Vẽ giản đồ Fresnel. Vectơ $\overrightarrow{OM}$ biểu diễn cho x_1; vectơ $\overrightarrow{MN}$ biểu diễ cho x_2; vectơ $\overrightarrow{ON}$ biểu diễn cho $x = x_1 + x_2$ (hình 1)

Tam giác OMN đều. Suy ra:

$$x_1 = 10\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$
$$x_2 = 10\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$$
$$x = 10\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$



(H.1)

b) A_1 có giá trị sao cho A có giá trị lớn nhất.

Vẽ giản đồ Fresnel. Vectơ $\overrightarrow{OM}$ biểu diễn cho x_1; vectơ $\overrightarrow{MN}$ biểu diễ chò x_2; vectơ $\overrightarrow{ON}$ biểu diễn cho $x = x_1 + x_2$ (hình 2)

Theo định lý hàm sin:

$$\frac{A_2}{\sin 60^0} = \frac{A}{\sin M}$$

$\Rightarrow A = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}\sin M \Rightarrow$ A lớn nhất khi $\sin M = 1$

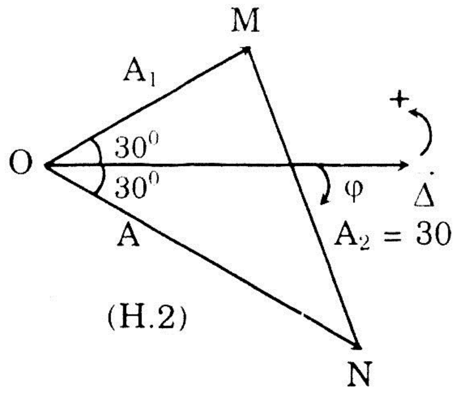
$\Rightarrow M = 90^0$

$\Rightarrow A = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ cm; $A_1 = 5{,}77$cm; $\varphi = -\dfrac{\pi}{3}$

$x_1 = 5{,}77\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm)

$x_2 = 10\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm)

$x = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm)



(H.2)

III. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương, có phương trình lần lượt là: $x_1 = 2\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ (cm) và $x_2 = \cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$ (cm). Hãy tìm phương trình dao động tổng hợp.

(Học viện Kĩ thuật Quân sự – 2001)

Giải

Xét hai dao động thành phần:

$$x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1) \text{ và } x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$$

Với: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

$$\text{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

Xét: $x_2 = 1\cos(100\pi t + \pi/6) = 1.\sin(100\pi t + 2\pi/3)$cm

Theo đầu bài: $A_1 = 2$cm; $A_2 = 1$cm; $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{3}$; $\varphi_2 = \dfrac{2\pi}{3}$

$$A^2 = 2^2 + 1^2 + 2.2.1\cos\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) = 1 \Rightarrow A = 1\text{cm}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1\sin\frac{2\pi}{3}}{2\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1\cos\frac{2\pi}{3}} = -\sqrt{3}$$

Do $\sin\varphi < 0$; $\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{3}$

$\Rightarrow x = 1.\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})\text{cm}$

Xét: $x_2 = 1\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})\text{cm} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$

$$A^2 = 2^2 + 1^2 + 2.2.1\cos\left(-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 1\text{cm}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1\sin\frac{\pi}{3}}{2\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

Do $\sin\varphi < 0$; $\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow x = 1.\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})\text{cm}$

* *Chú ý:* Có thể nhận thấy qua giản đồ vectơ.

2. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương, cùng tần số: $x_1 = A_1\sin(\omega t + \pi/6)\text{cm}$ và $x_2 = 3\sin(\omega t + 5\pi/6)\text{cm}$, với $\omega = 20\text{rad/s}$. Biết rằng vận tốc cực đại của vật bằng 140cm/s. Hãy xác định biên độ A.

(ĐH Cần Thơ - 2001)

Giải

Xét hai dao động thành phần:

$$x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1) \text{ và } x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2)$$

Theo lí thuyết: $x = x_1 + x_2 = A\sin(\omega t + \varphi)$

Với: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

Theo đầu bài: $A = \frac{V_M}{\omega} = \frac{140}{20} = 7\text{cm}$; $A_2 = 3\text{cm}$; $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$; $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$

$$7^2 = A_1^2 + 3^2 + 2.A_1.3\cos\frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}$$

$\Rightarrow A_1^2 - 3A_1 - 40 = 0$

$\Rightarrow A_1 = 8\text{cm}$ hoặc $A_1 = -5\text{cm} < 0$ loại

3. Cho 2 dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số góc $\omega = 100\pi\text{rad/s}$ với các biên độ: $A_1 = 1{,}5\text{cm}$; $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$; $A_3 = \sqrt{3}\text{ cm}$, các pha ban đầu tương ứng: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_3 = \frac{5\pi}{6}$. Viết phương trình dao động tổng hợp của 3 dao động trên.

(CĐ Sư phạm Nha Trang - 2002)

Giải

Phương trình dao động điều hòa: $x_{12} = A_{12}\sin(\omega t + \varphi_{12})$

Với: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$; $\omega = 100.\pi$rad/s

$$A_1 = 1{,}5\text{cm};\ A_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_{12}^2 = 1{,}5^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 2(1{,}5)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cos(0 - \frac{\pi}{2}) = 3$$

$$\Rightarrow A_{12} = \sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\text{tg}\varphi_{12} = \frac{\sin\varphi_{12}}{\cos\varphi_{12}} = \frac{1{,}5\sin 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\frac{\pi}{3}}{1{,}5\cos 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}.\cos\frac{\pi}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi_{12} = \frac{\pi}{6}$$

Theo lí thuyết:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = \sqrt{3}\,[\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) + \sin(100\pi t + \frac{5\pi}{6})]$$

$$x = \sqrt{3}\,.2\sin\left[\frac{(100\pi t + \frac{\pi}{6}) + (100\pi t + \frac{5\pi}{6})}{2}\right]\cos\left[\frac{(100\pi t + \frac{\pi}{6}) - (100\pi t + \frac{5\pi}{6})}{2}\right]$$

$$x = 2\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

4. Cho bốn dao động điều hòa cùng phương cùng tần số:

$$x_1 = 10\sin(20\pi t + \frac{\pi}{3})\text{cm};\ x_2 = 6\sqrt{3}\sin 20\pi t\text{cm}$$

$$x_3 = 4\sqrt{3}\sin(20\pi t - \frac{\pi}{2})\text{cm};\ x_4 = 10\sin(20\pi t + 2\frac{\pi}{3})\text{cm}$$

Tìm dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

(ĐH Ngoại thương cơ sở II TPHCM - 2001)

Giải

Phương trình dao động tổng hợp:

$$x_{14} = x_1 + x_4 = 10[\sin(20\pi t + \frac{\pi}{3}) + \sin(20\pi t + \frac{2\pi}{3})]$$

$$x = 10.2.\sin\left[\frac{(20\pi t + \frac{\pi}{3}) + (20\pi t + \frac{2\pi}{3})}{2}\right]\cos\left[\frac{(20\pi t + \frac{\pi}{3}) - (20\pi t + \frac{2\pi}{3})}{2}\right]$$

$$x_{14} = 20\cos\frac{\pi}{6}.\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm} = 10\sqrt{3}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

$$x_{143} = x_1 + x_4 + x_3 = x_{14} + x_3$$

$$x_{143} = 10\sqrt{3}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2}) - 4\sqrt{3}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$x_{143} = 6\sqrt{3}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = x_{143} + x_2$$

$$x = 6\sqrt{3}\,[\sin(20\pi t + \frac{\pi}{2}) + \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})]$$

$$x = 6\sqrt{3}\,.2\sin\left(\frac{20\pi t + \frac{\pi}{2} + 20\pi t}{2}\right)\cos\left(\frac{20\pi t + \frac{\pi}{2} - 20\pi t}{2}\right)$$

$$x = 12\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow x = 6\sqrt{6}\sin(20\pi t + \frac{\pi}{4})\text{cm}$$

5. Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kì $T = 2s$. Dao động thứ nhất có li độ ở thời điểm ban đầu ($t = 0$) bằng biên độ dao động và bằng 1cm. Dao động thứ hai có biên độ bằng $\sqrt{3}$ cm, ở thời điểm ban đầu li độ bằng không và vận tốc có giá trị âm.

a) Viết phương trình dao động của hai dao động đã cho.

b) Không dùng phương pháp vectơ quay, hãy chứng minh dao động tổng hợp của hai dao động này là dao động điều hòa.

(ĐH Bách Khoa Hà Nội – 2001)

Giải

a) Phương trình dao động tổng quát: $x = A\sin(\omega t + \varphi)$

Với: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\text{rad/s}$

Xét dao động thứ nhất: $A_1 = 1\text{cm}$; $t = 0$; $x_1 = A_1 = 1\text{cm}$

$$\Rightarrow x_1 = 1.\sin\varphi_1 \Rightarrow \sin\varphi_1 = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 = 1.\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

Xét dao động thứ hai: $A_2 = \sqrt{3}$ cm; $t = 0$; $x_2 = 0$; $v_2 < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = \sqrt{3}\sin\varphi_2 \\ v_2 = \sqrt{3}\pi.\cos\varphi_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_2 = \pi$$

$\Rightarrow x_2 = \sqrt{3}\sin(\pi t + \pi)$cm

b) $x = x_1 + x_2 = 1\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{3}\sin(\pi t + \pi) = \cos\pi t - \sqrt{3}\sin\pi t$

$$x = 2[\frac{1}{2}\cos\pi t - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\pi t] = -2[-\sin\frac{\pi}{6}\cos\pi t + \cos\frac{\pi}{6}\sin\pi t]$$

$$x = -2\sin(\pi t - \frac{\pi}{6}) = 2\sin(\pi t - \frac{\pi}{6} + \pi) = 2.\sin(\pi t + \frac{5\pi}{6})$$

Vậy dao động tổng hợp là một dao động điều hòa.

6. Một vật dao động điều hòa theo phương trình sau: x (cm) $= 4\sin(\pi t + \pi) + 4\sqrt{3}\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$. Xác định biên độ và pha ban đầu của dao động trên.

(CĐ Lương thực Thực phẩm – 2004)

Giải

Theo đề bài:

$$x = 4\sin(\pi t + \pi) + 4\sqrt{3}\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow x = 8[-\frac{1}{2}\sin\pi t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\pi t]$$

$$x = 8[\sin\pi t\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3}\cos\pi t]$$

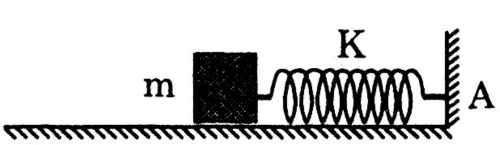
$$x = 8(\pi t + \frac{2\pi}{3})\text{cm}$$

Vậy biên độ và pha ban đầu của dao động là:

$$A = 8\text{cm};\ \varphi = \frac{2\pi}{3}\ \text{rad/s}$$

7. Một vật khối lượng m = 200g nối với một lò xo có độ cứng K = 80N/m một đầu gắn cố định. Biết gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$.

Hệ số ma sát giữa vật m và mặt phẳng ngang là $\mu = 0,1$. Kéo m khỏi vị trí cân bằng 10cm rồi buông tay.



a) Tìm tổng chiều dài quãng đường S mà vật đi được cho tới lúc dừng lại.

b) Chứng minh rằng độ giảm biên độ dao động là đều đặn. Tìm thời gian t từ lúc buông tay cho đến lúc m dừng lại.

(ĐH Công đoàn – 1997)

Giải

a) Cơ năng ban đầu của hệ:

$$E = \frac{1}{2}KA^2 = 0,4J$$

Lực ma sát:

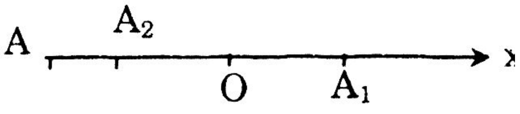
$$f_{ms} = \mu.N = \mu.mg = 0,1.0,2.10 = 0,2\ (N)$$

Định luật bảo toàn năng lượng:

$$E = f_{ms}.S \Rightarrow S = \frac{E}{f_{ms}} = 2\ (m)$$

b) Gọi A, A_1, A_2, A_3, ..., A_n lần lượt là biên độ dao động:

Tương tự câu a:



$$\frac{1}{2}KA^2 - \frac{1}{2}KA_1{}^2 = \mu.mg(A + A_1)$$

$$\Rightarrow A - A_1 = \frac{2\mu.mg}{K}$$

$$\frac{1}{2}KA_1{}^2 - \frac{1}{2}KA_2{}^2 = \mu.mg(A_1 + A_2)$$

$$\Rightarrow A_1 - A_2 = \frac{2\mu.mg}{K}$$

$$\frac{1}{2}KA_i{}^2 - \frac{1}{2}KA_{i+1}^2 = \mu.mg(A_i + A_{i+1})$$

$$(A_i - A_{i+1}) = \frac{2\mu.mg}{K} = const$$

Vậy độ giảm biên độ dao động là đều đặn:

$$\Delta A = (A_i - A_{i+1}) = \frac{2.0,1.0,2.10}{80} = 5.10^{-3}\ (m)$$

Chu kì dao động không phụ thuộc vào biên độ tính gần đúng:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{\pi}{10}\ (s)$$

Thời gian từ lúc buông tay đến lúc m dừng lại:

$$t_s \approx \frac{T}{2}.\frac{A}{\Delta A} = 3,14\ (s)$$

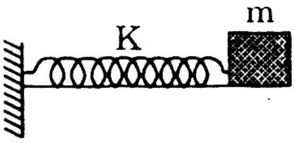
VẤN ĐỀ 5. DAO ĐỘNG TẮT DẦN – DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC SỰ CỘNG HƯỞNG – DAO ĐỘNG TỰ DO

I. BÀI TẬP MẪU

1. Cho một cơ hệ như hình vẽ. Độ cứng lò xo k = 100N/m, m = 0,4kg. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 4cm rồi thả không vận tốc đầu.

a) Tính năng lượng dao động.

b) Thực tế có ma sát với $\mu = 5.10^{-3}$ nên vật dao động tắt dần. Tính độ giảm biên độ sau mỗi chu kì.



c) Tìm số chu kì dao động cho đến khi vật dừng lại.

Giải

a) Áp dụng định lí bảo toàn năng lượng: $\Delta E = E_1 - E_2 = |A_{ms}|$

- Xét nửa chu kì đầu:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}KA^2 - \frac{1}{2}KA_1^2 = F_{ms}(A + A_1)$$

$$\Rightarrow A^2 - A_1^2 = \frac{2\mu N}{K}(A + A_1)$$

$$(A + A_1)(A - A_1) = \frac{2\mu P}{K}(A + A_1)$$

$$\Rightarrow A - A_1 = \frac{2\mu mg}{K} \qquad (1)$$

- Xét nửa chu kì sau: $\frac{1}{2}KA^2 - \frac{1}{2}KA'^2 = F_{ms}(A_1 + A')$

$$\Rightarrow A_1 - A' = \frac{2\mu mg}{K} \qquad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow A - A' = \frac{4\mu mg}{K}$$

b) Độ giảm biên độ trong một chu kì.

$$\Delta A = A - A' = \frac{4\mu mg}{K}$$

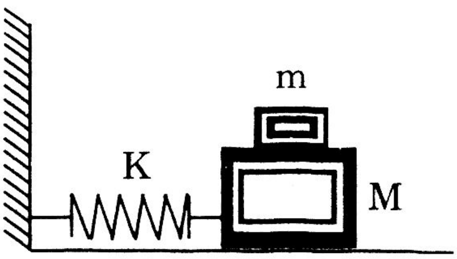
$$\Delta A = \frac{4,5.10^{-3}.0,4k.10}{100} = 8.10^{-4}\ (m)$$

c) Số dao động:

Ta có: $A = n.\Delta t$

$$\Rightarrow n = \frac{A}{\Delta t} = \frac{4.10^{-2}}{8.10^{-4}} = 50$$

2. Lò xo khối lượng không đáng kể, gắn vật M rồi đặt trên mặt phẳng nằm ngang như hình vẽ. Đặt vật m lên M rồi kích thích cho hệ dao động điều hòa với biên độ A. Tìm biên độ cực đại A_{max} sao cho m không trượt khỏi M trong quá trình dao động? Cho M = 400g; m = 100g; K = 400N/m; hệ số ma sát giữa m và M là $\mu = 0,8$ và lấy $g = 10m/s^2$.



Giải

Đối với M thì m cân bằng đứng yên, hợp lực:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}\,' + \vec{f}_{ms(\text{nghỉ})} = 0;\ m\vec{g} + \vec{N} = 0$$

Vậy: $\left|\vec{f}_{ms(\text{nghỉ})}\right| = \left|\vec{F}\,'\right| = m|a|;\ \left|\vec{f}_{ms(\text{nghỉ})}\right|_{max} = m\omega^2|x|_{max} = m\omega^2 A.$

Mà $\left|\vec{f}_{ms(\text{nghỉ})}\right| \le f_{ms(\text{trượt})} = \mu N$

Vậy: $m\omega^2 A \le \mu mg$

$$\Rightarrow A \le \frac{\mu g}{2} = \frac{\mu g(m + M)}{K};\ A \le \frac{0,8.10.0,5}{400} = 0,01m \Rightarrow A_{max} = 1cm$$

3. Một con lắc có khối lượng m = 0,5kg; dài l = 0,5m; dao động với biên độ 5^0, do ma sát sau 5 chu kì biên độ chỉ còn 4^0.
Dùng một bộ máy đồng hồ có công suất bằng bao nhiêu thì dao động của con lắc được duy trì ($g = 9,8m/s^2$).

Giải

Công suất của bộ máy đồng hồ: $P = \dfrac{A}{t}$

$$t = 5T = 5.2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 5.2\pi\sqrt{\frac{0,5}{9,8}} = 7,09\ (s)$$

Do α nhỏ: $E = \dfrac{1}{2}m\omega^2 s_0^2\ \begin{cases}\omega^2 = \dfrac{g}{l}\\ s_0 = \alpha_0 l\end{cases}$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}m.\frac{g}{l}(\alpha_0 l)^2 = \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2$$

Ta có: $A = \Delta E = E_1 - E_2 = \dfrac{1}{2}mgl\,\alpha_{01}^2 - \dfrac{1}{2}mgl\,\alpha_{02}^2 = \dfrac{1}{2}mgl(\alpha_{01}^2 - \alpha_{02}^2)$

$$= \frac{1}{2}.0,5.9,8.0,5\left[\left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 - \left(\frac{4\pi}{180}\right)^2\right]$$

$$\Rightarrow P = \frac{A}{t} = 48.10^{-5}W$$

4. Một con lắc lò xo treo trên trần một toa xe lửa đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 4m/s. Con lắc bị kích động khi toa tàu qua chỗ nối của hai đường ray, biết rằng mỗi đoạn đường ray dài 4m khối lượng vật nặng treo vào lò xo là 100g.

a) Tính chu kì kích thích khi toa tàu đi qua khe hở của hai đường ray.

b) Tính độ cứng k của lò xo để vật nặng dao động với biên độ cực đại.

Giải

a) Tính chu kì kích thích khi toa tàu đi qua khe hở của hai đường ray:

Chu kì kích thích: $T = \frac{S}{v} = \frac{4}{4} = 1\ (s)$

b) Tính K để vật nặng dao động với biên độ cộng hưởng

$\Rightarrow$ Xảy ra hiện tượng cộng hưởng cơ:

$$\Rightarrow T = T_0 \Leftrightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 1\ (s)$$

$$\Rightarrow K = 4\pi^2.m = 4.\pi^2.0{,}1 = 4\ N/m$$

IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Hai dao động điều hòa cùng tần số luôn luôn ngược pha nhau khi:

A. Hai vật dao động cùng qua vị trí cân bằng tại một thời điểm theo cùng chiều.

B. Một dao động đạt li độ cực đại thì li độ của dao động kia bằng 0.

C. Độ lệch pha bằng bội số lẻ của π.

D. Hiệu số pha bằng bội số nguyên của π.

2. Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương:

$x_1 = 6\sin\pi t$ (cm) và $x_2 = 3\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$cm. Biên độ dao động tổng cộng:

A. 9cm; B. 3cm C. $3\sqrt{5}$ cm; D. 45cm

3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. Tần số của dao động là tần số riêng của hệ.

B. Tần số của dao động cưỡng bức là tần số của ngoại lực tuần hoàn.

C. Ngoại lực tác dụng lên quả lắc đồng hồ là trọng lượng của quả lắc.

D. Quả lắc đồng hồ dao động với tần số riêng của nó.

4. Hai dao động điều hòa có cùng tần số. Trong điều kiện nào thì li độ của hai dao động ở mọi thời điểm đều bằng nhau.

A. Hai dao động có cùng biên độ, cùng pha.

B. Hai dao động có cùng biên độ.

C. Hai dao động ngược pha.

D. Hai dao động cùng pha.

5. Phải có điều kiện nào sau đây thì dao động của con lắc đơn được duy trì với biên độ không đổi.

A. Tác dụng của ngoại lực tuần hoàn lên con lắc.

B. Không có ma sát.

C. Con lắc dao động với biên độ nhỏ.

D. Cả ba điều kiện A, B, C.

6. Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số góc, khác pha là một dao động điều hòa có đặc điểm nào kể sau:

A. Có tần số dao động khác tần số dao động f của các dao động thành ph

B. Biên độ phụ thuộc vào các biên độ và các pha ban đầu của hai dao động thành phần.

C. Chu kì bằng tổng các chu kì của hai dao động thành phần.

D. Biên độ bằng tổng các biên độ của hai dao động thành phần.

V. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: C. Độ lệch pha bằng bội số lẻ của π.

2. Đáp án: C. $3\sqrt{5}$ cm

3. Đáp án: D. Quả lắc đồng hồ dao động với tần số riêng của nó.

4. Đáp án: A. Hai dao động có cùng biên độ, cùng pha.

5. Đáp án: B. Không có ma sát.

6. Đáp án: B. Biên độ phụ thuộc vào các biên độ và các pha ban đầu của hai dao động thành phần.

VẤN ĐỀ 6. SÓNG CƠ HỌC

Loại 1. CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CHO SÓNG

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Vận tốc truyền sóng: $v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$

2. Bước sóng: $\lambda = v.T = \dfrac{v}{f}$

II. BÀI TẬP MẪU

1. Nếu sóng lan truyền với vận tốc 360m/s và tần số của nguồn sóng phát sóng bằng 450Hz thì những điểm cách nhau 10cm trên cùng một phương truyền sóng sẽ dao động lệch pha bao nhiêu? Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm mà dao động của chúng ngược pha, vuông pha, cùng pha.

Giải

Tại hai điểm có tọa độ x_1, x_2 cách nhau một đoạn $d = 10cm$ trên cùng phương truyền sóng $(x_2 - x_1 = d)$ thì li độ dao động $u(x_1; t)$; $u(x_2; t)$ ở hai điểm có cùng tần số, cùng biên độ nhưng có độ lệch pha: $\Delta\varphi$

Ta có: $y(x, t) = A\sin 2\pi\left(ft - \dfrac{x}{\lambda}\right)$

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(ft - \frac{x_1}{\lambda}\right) - 2\pi\left(ft - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

Bước sóng: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{360}{450} = 0{,}80m = 80cm$

Vậy: $\Delta\varphi = 2\pi\dfrac{10}{80} = \dfrac{\pi}{4}$ rad

- Hai điểm dao động của chúng ngược pha: $\Delta\varphi = K2\pi + \pi$ $(K \in Z)$

$$\Rightarrow 2\pi\frac{d}{\lambda} = K2\pi + \pi$$

$$\Rightarrow d_{min} = \frac{\lambda\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}\lambda = 40cm \text{ (khi } K = 0)$$

- Khi dao động vuông pha: $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2} + K2\pi$

$$\Rightarrow d_{min} = \frac{\lambda\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2\pi} = \frac{\lambda}{4} = 20cm$$

- Khi dao động cùng pha: $\Delta\varphi = K2\pi$

$$\Rightarrow d_{min} = \frac{\lambda(2\pi)}{2\pi} = \lambda = 80\text{cm } (K = 1)$$

2. Sóng truyền từ nguồn O truyền theo đường thẳng tới vị trí M với OM : 45cm. Phương trình sóng ở O là $u_0 = a\sin\omega t$ với a = 5cm; tần số f = 5Hz.

a) Tìm vận tốc sóng. Biết M lệch pha $\frac{15\pi}{6}$ (rad) so với O.

b) Tính vận tốc dao động của M khi $t = t_1 = \frac{1}{5}$ (s) và $t = t_2 = \frac{1}{3}$ (s)

c) Ở thời điểm t li độ của M là 3cm. Hỏi sau đó 0,5 (s) thì li độ của M là bao nhiêu?

Giải

a) $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} = OM = \frac{15\pi}{6} \Rightarrow \lambda = 36 \text{ (cm)} \Rightarrow v = \lambda f = 180\text{cm/s}$

b) Thời gian sóng đi từ O tới M: $\theta = \frac{OM}{v} = \frac{1}{4}$ (s)

- $t_1 = \frac{1}{5}$ (s) < θ: Sóng chưa tới M nên $v_M = 0$
- $t_2 = \frac{1}{3}$ (s) > θ: Sóng đã tới M, vận tốc dao động của M là $v_M = (u_M)$

Với $u_M = a\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}OM\right) = 5\sin\left(10\pi t - \frac{15\pi}{6}\right)$

$\Rightarrow v_M = -25\pi\sqrt{3}$ cm/s = −136cm/s

c) Theo giả thuyết: $u_M(t) = 3\text{cm}$

$$\Rightarrow u_M(t + 0{,}5) = 5\sin\left[10\pi(t + 0{,}5) - \frac{15\pi}{6}\right] = 5\sin\left(10\pi t - \frac{15\pi}{6} + 5\pi\right) = -3$$

3. Âm chuẩn *la*$_3$ có tần số f = 440Hz. Tính bước sóng của âm đó tron không khí và trong nước.

Cho biết vận tốc truyền âm trong không khí và trong nước lần lượt l v_1 = 340m/s và v_2 = 1480m/s.

Giải

Công thức tính bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f}$

Với: v_1 = 340m/s; f = 440Hz; v_2 = 1480m/s

$$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{340}{440} \approx 0{,}774\text{m}$$

Và: $\lambda_2 = \frac{1480}{440} \approx 3,36m$

Vậy bước sóng la_3 trong không khí và trong nước lần lượt là 0,774m và 3,36m.

4. Một dao động có chu kì T = 0,005s sinh ra trong nước một sóng âm có bước sóng λ = 7,175m. Tính vận tốc âm trong nước.

Giải

Vận tốc âm trong nước

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{7,175}{0,005} = 1435m/s$$

III. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Sóng có bước sóng 60cm. Hỏi hai điểm gần nhau nhất của sóng dao động ngược pha cách nhau một khoảng bằng bao nhiêu? Dao động lệch pha nhau 45^0 cách nhau một khoảng bằng bao nhiêu?

ĐS: d = 30cm; d = 7,5cm

2. Sóng âm nghe được có tần số trong khoảng 20Hz – 20kHz. Tính các giới hạn của bước sóng λ của âm nghe được trong

a) Không khí

b) Nước

c) Thép

Vận tốc truyền âm v lần lượt là 340m/s, 1500m/s, 5000m/s

ĐS: a) $\lambda_1 = 17m$; $\lambda_2 = 0,017m$

b) $\lambda_1 = 75m$; $\lambda_2 = 0,075m$

c) $\lambda_1 = 250m$; $\lambda_2 = 0,25m$

Loại 2. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG - ĐỒ THỊ SÓNG

I. PHƯƠNG PHÁP

1. Phương trình sóng

$$u = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi f\frac{x}{v}\right) = a\sin\left(2\pi ft - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \quad (t \geq \frac{x}{v})$$

2. Độ lệch pha dao động giữa hai điểm trên cùng phương truyền sóng

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{x_2 - x_2}{\lambda}\right) = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

– d: khoảng cách giữa hai điểm đang xét

II. BÀI TẬP MẪU

1. Một sợi dây mềm đàn hồi rất dài nằm ngang có một đầu A buộc vào một điểm dao động với biên độ 4cm, và chu kì 2s, phương dao động vuông góc với phương của sợi dây. Vận tốc truyền biến dạng dọc theo dây là 4m/s.

a) Viết phương trình dao động của điểm A.

b) Viết phương trình dao động của các điểm ở trên dây cách đầu A những đoạn $\frac{2}{3}$m; 2m; 4m. So sánh dao động của các điểm ấy với dao động của điểm A ở đầu của sợi dây.

c) Tính bước sóng trên dây.

d) Vẽ hình của sợi dây vào lúc 2s sau khi A bắt đầu dao động.

Giải

a) Chọn gốc thời gian lúc A qua vị trí cân bằng theo chiều dương

Phương trình dao động của A:

$$u = 4\sin\frac{2\pi t}{T} = 4\sin\pi t \text{ (cm)}$$

b) Phương trình dao động của các điểm cách A: $\frac{2}{3}$ (m); 4m; 8m lần lượt như sau:

$$u(t) = 4\sin\left(\pi t - \frac{2\pi d}{vT}\right)$$

$$u_1(t) = 4\sin\left[\pi t - \left(2\pi\frac{2}{3.4.2}\right)\right] = 4\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\text{cm}$$

$$u_2(t) = 4\sin\left(\pi t - 2\pi\frac{2}{8}\right) = 4\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

$$u_3(t) = 4\sin\left[\pi t - \left(2\pi\frac{4}{8}\right)\right] = 4\sin(\pi t - \pi)\text{cm}$$

Ba dao động trên có cùng chu kì và biên độ với dao động của điểm A, nhưng u_1 trễ pha $\frac{\pi}{6}$ so với u; u_2 vuông pha so với u; u_3 ngược pha với u.

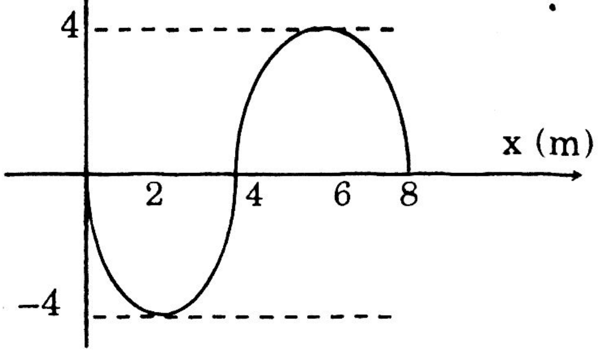
c) Bước sóng: $\lambda = v.T = 4.2 = 8$m

d) Quãng đường mà sóng lan truyền trong 2s:

$$s = v.t = 2.4 = 8\text{m}$$

Đoạn dây dài 8m tính từ A có dạng một đường sin:

$$u_x = 4\sin\left(2\pi - 2\pi\frac{x}{8}\right)$$



$$u_x = 4\sin\left(-\frac{\pi x}{4} + 2\pi\right) = -4\sin\frac{\pi x}{4}\ (cm)$$

2. Một sóng truyền trong một môi trường làm các điểm của môi trường dao động theo phương trình:

$$u = 4{,}0\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \alpha\right)\ (cm)$$

a) Biết bước sóng là $\lambda = 240cm$. Tính vận tốc sóng.

b) Tính độ lệch pha của dao động:

- Tại một điểm cách khoảng thời gian 1,0s.
- Tại hai điểm cách nhau 210cm vào cùng một lúc.

c) Vào một thời điểm, độ dịch chuyển của một điểm trong môi trường kể từ vị trí cân bằng là 3,0cm. Tính độ dịch chuyển của nó sau 2,0s. Giải thích kết quả tìm được.

Giải

a) Vận tốc sóng v

– Tần số sóng: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{3.2\pi} = \frac{1}{6}Hz$

$$v = \lambda.f = 240.\frac{1}{6} = 40cm/s$$

b) Độ lệch pha cách khoảng thời gian $\Delta t = 1{,}0s$

$$\Delta\varphi(\omega t_2 + \alpha) - (\omega t_1 + \alpha) = \omega\Delta t = \frac{\pi}{3}(1{,}0) = \frac{\pi}{3}\ (rad)$$

Độ lệch pha tại điểm cách nhau một khoảng $\Delta x = 210cm$ vào cùng một thời điểm

$$\Delta\varphi' = (\omega t + \alpha_2) - (\omega t + \alpha_1) = \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi' = \frac{2\pi 210}{240} = \frac{7\pi}{4}\ (rad)$$

c) Tính độ dịch chuyển

Xét vào thời điểm t_1 độ dời của điểm M

$$u(t_1) = 4{,}0\sin\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) = 3{,}0cm$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) = 0{,}75$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) = \pm 0{,}66$$

Xét vào thời điểm $t_2 = t + 2{,}0s$ độ dời của điểm M

$$u(t_2) = 4{,}0\sin\left[\frac{\pi}{3}(t_1 + 2.0) + \alpha\right]$$

$$u(t_2) = 4{,}0\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) + \frac{2\pi}{3}\right]$$

$$u(t_2) = 4{,}0\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right).\cos\frac{2\pi}{3} + \sin\frac{2\pi}{3}.\cos\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right)\right]$$

Xét: $\cos\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) = 0{,}66$

$$\Rightarrow u(t_2) = 4{,}0\left[0.75\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1{,}73}{2}(0{,}66)\right] = -3{,}8\text{cm}$$

Xét: $\cos\left(\frac{\pi}{3}t_1 + \alpha\right) = -0{,}66$

$$\Rightarrow u(t_2) = 4{,}0\left[0.75\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1{,}73}{2}(-0{,}66)\right] = 0{,}8\text{cm}$$

3. Một sóng hình sin truyền theo một sợi dây, bước sóng là 1,40m. Thời gian để một điểm riêng nào đó chuyển động từ độ dời cực đại đến độ dời bằng 0 là 0,170s.

a) Tính chu kì, tần số và vận tốc sóng.

b) Viết phương trình sóng biết biên độ sóng là 10mm.

Giải

a) Chu kì sóng: (Chu kì dao động của mỗi chất điểm)

$$T = 4(0{,}170) = 0{,}680\ (s)$$

– Tần số sóng: $f = \frac{1}{T} = 1{,}47\text{Hz}$

– Vận tốc sóng: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1{,}40}{0{,}680} = 2{,}06\ (m/s)$

b) Giả sử phương trình dao động tại nguồn sóng O

$$u_0 = a\sin 2\pi ft = 10\sin\frac{50\pi t}{17}\ (mm)$$

Phương trình sóng: $u(t, x) = 10\sin\left(\frac{50\pi}{17}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ mm

$$u(t, x) = 10\sin\left(\frac{50\pi}{17}t - \frac{10\pi}{7}x\right)\text{mm}$$

4. Một sóng sin lan truyền theo một sợi dây được mô tả bởi:

$$u(x, t) = 3{,}27\sin(72{,}1x - 2{,}72t)\ (mm)$$

Với x đo bằng m, t đo bằng giây.

a) Biên độ sóng là bao nhiêu?

b) Tính bước sóng và chu kì, vận tốc của sóng này?

Giải

a) Biên độ sóng: a = 3,27mm

b) Bước sóng λ: $\frac{2\pi}{\lambda} = 72,1 \Rightarrow \lambda = \frac{2.3,14}{72,1} = 0,0871\text{m} = 8,71\text{cm}$

Chu kì: $T = \frac{2\pi}{2,72} \approx 2,31\ (\text{s})$

Vận tốc: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8,71}{2,31} = 3,77\text{cm/s}$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Sóng dọc có phương dao động gây bởi sóng

A. Nằm ngang.

B. Thẳng đứng.

C. Trùng với phương truyền sóng.

D. Vuông góc với phương truyền sóng.

2. Sóng dọc truyền được trong các môi trường nào?

A. Lỏng và khí. B. Khí và rắn.

C. Rắn, lỏng và khí. D. Rắn và trên mặt môi trường lỏng.

3. Kết luận nào sau đây là sai khi nói về tính chất của sự truyền sóng trong môi trường.

A. Sóng truyền đi với vận tốc hữu hạn.

B. Sóng càng mạnh truyền đi càng nhanh.

C. Quá trình truyền sóng cũng là quá trình truyền năng lượng.

D. Sóng truyền đi không mang theo vật chất của môi trường.

4. Điều nào sau đây sai:

A. Môi trường khí chỉ truyền được sóng dọc.

B. Môi trường rắn đàn hồi truyền được cả sóng ngang và sóng dọc.

C. Sóng cơ không truyền được trong chân không

D. Với một lò xo xoắn dài căng thẳng ta chỉ có thể thực hiện được sóng cơ học.

5. Một sóng hình sin truyền theo một sợi dây, bước sóng là 1,40m. Thời gian để một điểm riêng nào đó chuyển động từ độ dời cực đại đến độ dời bằng 0 là 0,170s. Tính vận tốc sóng.

A. 0,95m/s B. 2,06m/s C. 4,12m/s D. 8,24m/s

6. Phương trình của một sóng ngang truyền trên một dây rất dài được cho bởi: $u(x, t) = 3,0\sin(10\omega t - 4\pi x)$ (cm), trong đó u tính bằng m và t tính bằng giây. Hãy xác định vận tốc sóng.

A. 0,4m/s B. 2,5m/s C. 10m/s D. 20πm/s

7. Một sóng dạng sin ngang truyền trên một dây theo chiều dương trục Ox với bước song 10cm, tần số 400Hz và biên độ 20mm thì biểu thức sóng là:

A. $u = 20\sin(80.\pi t + 20.\pi x)$mm B. $u = 20\sin(80.\pi t - 20.\pi x)$mm

C. $u = 20\sin(80.\pi t - 0,2.\pi x)$mm D. $u = 400\sin(80.\pi t - 0,2.\pi x)$mm

8. Một dây đàn hồi AB dài vô tận, căng thẳng nằm ngang. Làm cho đầu A của dây dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 2cm và chu kì 1,6s. Sau 3s thì dao động trên dây AB truyền được 12mm. Tìm bước sóng.

A. 6,4m B. 4m C. 2,5m D. 0,4m

9. Điều nào sau đây là sai khi nói về bước sóng của sóng.

A. Bước sóng là khoảng truyền của sóng trong thời gian một chu kì.

B. Bước sóng là đại lượng biểu thị cho độ mạnh của sóng.

C. Bước sóng thay đổi khi sóng truyền từ môi trường này sang môi trường khác.

D. Bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm có dao động cùng pha ở trên cùng một phương truyền sóng.

10. Nếu một vật thể dao động muốn cộng hưởng với một vật thể khác, nó phải

A. được làm từ cùng một chất liệu với vật thể kia.

B. dao động với biên độ lớn nhất có thể.

C. có tần số riêng gần bằng tần số riêng của vật kia.

D. dao động nhanh hơn bình thường.

11. Một hàm sóng được mô tả: $y(x, t) = 0,03\sin(5\pi t + 4\pi t)\ x$, y tính bằng mét và t tính bằng giây. Chọn chiều (+) về bên phải. Vận tốc của sóng là:

A. 0,8m/s về bên phải. B. 0,8m/s về bên trái.

C. 1,25m/s về bên trái. D. 1,25m/s về bên phải.

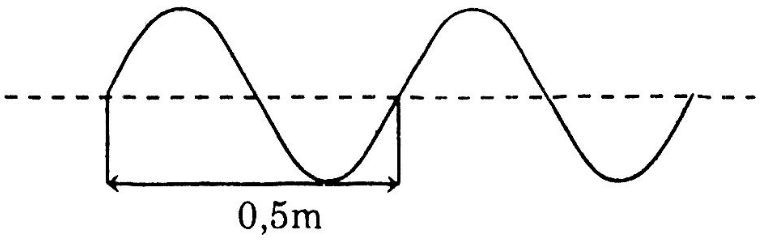
12. Một giáo viên làm thí nhiệm minh hoạ sự lan truyền của sóng trên sợi dây dài. Vào một thời điểm nào đó dây có dạng như trên hình vẽ. Tốc độ lan truyên của sóng trên dây bằng 2m/s. Tần số dao động của dây bằng:

A. 0,25Hz

B. 1Hz

C. 4Hz

D. 50Hz



13. Để ý bốn yếu tố:

I) Biên độ sóng.

II) Bản chất ngang hoặc dọc của sóng.

III) Sức căng dây

IV) Chu kì sóng.

Các yếu tố ảnh hưởng tới vận tốc truyền sóng trên sợi dây căng thẳng.

A. I + II
B. I + III
C. III + IV
D. II + III

14. Để ý bốn yếu tố:

I) Biên độ của sóng.

II) Chu kì của sóng.

III) Bản chất của môi trường đàn hồi.

IV) Thời gian.

Bước sóng trong môi trường tùy thuộc:

A. I + II + III
B. I + III
C. I + IV
D. II + III

15. Khi lấy ngón tay đâm nhẹ vào một bể nước, bạn thấy nước trong bể tạo nên những sóng dao động tuần hoàn. Nếu vị trí cao nhất của nước ở bên trên vị trí cân bằng là 5mm, và vị trí cao nhất này xuất hiện cứ sau mỗi giây, tìm phương trình biểu diễn dao động của nước:

A. $y = 5\cos(2\pi t + \pi)$mm
B. $y = 5\sin(2\pi t + \varphi)$mm
C. $y = 5\sin(2\pi t)$mm
D. $y = 5\cos 2\pi t$ (mm)

16. Trong cùng một môi trường sóng ngang và sóng dọc có .... khác nhau.

Chọn câu đúng nhất dưới đây có thể điền vào phần .... trên cho hợp nghĩa.

A. biên độ
B. chu kì
C. bước sóng
D. vận tốc sóng và bước sóng.

17. Sóng cơ học là quá trình truyền .... trong một môi trường. Chọn dữ kiện đúng nhất trong các dữ kiện sau điền vào chỗ trống.

A. dao động
B. các phần tử vật chất
C. năng lượng
D. A và C.

18. Điều nào sau đây sai khi nói về đồ thị sóng:

A. Đồ thị dao động của một điểm trên dây là một đường sin có cùng chu kì T với nguồn.

B. Đường sin thời gian của một điểm là đồ thị dao động của điểm đó.

C. Đường sin không gian có chu kì bằng chu kì T của nguồn.

D. Đường sin không gian của sợi dây vào một thời điểm biểu thị dạng của môi trường vào thời điểm đó.

19. Vận tốc truyền của sóng trong một môi trường phụ thuộc vào yếu tố nào sau đây:

A. Tính chất của môi trường. B. Độ mạnh của sóng.

C. Biên độ của sóng. D. Tần số của sóng.

20. Sóng ngang có phương dao động gây bởi sóng:

A. Nằm ngang.

B. Thẳng đứng.

C. Trùng với phương truyền sóng.

D. Vuông góc với phương truyền sóng.

21. Một nguồn sóng cơ học dao động điều hòa với tần số 5Hz. Khoảng cách giữa hai điểm gần nhất trên phương truyền sóng mà tại đó dao động của các phân tử vật chất môi trường sóng lệch pha nhau $\frac{\pi}{3}$ (rad) là 5m. Tính vận tốc truyền sóng.

A. 150m/s B. $\frac{25}{6}$ m/s C. $\frac{1}{6}$ m/s D. $\frac{10}{27}$ m/s

23. Hai điểm cách nguồn âm những khoảng 6,1 (m) và 6,35 (m) trên cùng phương truyền âm. Tần số âm 680 (Hz) vận tốc truyền âm trong không khí là 340 (m/s). Tính độ lệch pha của sóng âm tại hai điểm đó.

A. π B. $\frac{\pi}{4}$ C. 49,8π D. $\frac{\pi}{2}$

24. Một người quan sát trên mặt biển thấy một chiếc phao nhô lên cao 10 lần trong khoảng thời gian 36 (s), và đo được khoảng cách giữa hai đỉnh sóng lân cận là 10 (m). Tính vận tốc truyền sóng trên mặt biển.

A. 2,5 (m/s) B. 0,36m/s C. 40m/s D. 2,78m/s

25. Sóng dọc có phương dao động gây bởi sóng:

A. Nằm ngang. B. Vuông góc với phương truyền sóng

C. Trùng với phương truyền sóng. D. Nằm trong lòng môi trường.

26. Sóng truyền trên dây Ax dài với vận tốc 8m/s. Phương trình dao động của nguồn A: $u_A = 3\sin 100.\pi t$ (cm). Bước sóng có giá trị:

A. 8cm B. 80cm C. 16cm D. 160cm

27. Điều nào sau đây sai:

A. Với một lò xo xoắn dài căng thẳng ta chỉ có thể thực hiện được sóng dọc.

B. Môi trường rắn đàn hồi truyền được cả sóng ngang và sóng dọc.

C. Môi trường khí chỉ truyền được sóng dọc.

D. Sóng cơ không truyền được trong chân không.

IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: C. trùng với phương truyền sóng.
2. Đáp án: C. Rắn, lỏng, khí.
3. Đáp án: B. Sóng càng mạnh truyền đi càng nhanh.
4. Đáp án: D. Với một lò xo xoắn dài căng thẳng ta chỉ có thể thực hiệ được sóng dọc.
5. Đáp án: B. 2,06m/s
6. Đáp án: C. 10m/s
7. Đáp án: B. $u = 20\sin(800.\pi t - 20.\pi x)$mm
8. Đáp án: A. 6,4m
9. Đáp án: B. Bước sóng là đại lượng biểu thị cho độ mạnh của sóng.
10. Đáp án: C. Có tần số riêng gần bằng tần số riêng của vật kia
11. Đáp án: B. 0,8 về bên trái
12. Đáp án: C. 4Hz.
13. Đáp án: D. II + III
14. Đáp án: D. II + III
15. Đáp án: B. $y = 5\sin(2\pi t + \varphi)$mm
16. Đáp án: D. vận tốc sóng và bước sóng
17. Đáp án: D. A và C.
18. Đáp án: C. Đường sin không gian có chu kì bằng chu kì T của nguồn.
19. Đáp án: A. Tính chất của môi trường.
20. Đáp án: D. Vuông góc với phương truyền sóng.
21. Đáp án: A. 150m/s
22. Đáp án: A. 3 (s)
23. Đáp án: A. π
24. Đáp án: A. 2,5 (m/s)
25. Đáp án: C. Trùng với phương truyền sóng.
26. Đáp án: C. 16cm
27. Đáp án: A. Với một lò xo xoắn dài căng thẳng ta chỉ có thể thực hiệ được sóng dọc.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Nếu sóng lan truyền với vận tốc 360m/s và tần số của nguồn sóng phá sóng bằng 450Hz thì những điểm cách nhau 10cm trên cùng một phươn truyền sóng sẽ dao động lệch pha nhau bao nhiêu? Tìm khoảng cách ngắ nhất giữa hai điểm mà dao động của chúng ngược pha, vuông pha, cùn pha.

Giải

Tại hai điểm có tọa độ x_1, x_2 cách nhau một đoạn d = 10cm trên cùng phương truyền sóng ($x_2 - x_1 = d$) thì li độ dao động $u(x_1, t)$; $u(x_2, t)$ ở hai điểm có cùng tần số, cùng biên độ nhưng có độ lệch pha: $\Delta\varphi$

Ta có: $u(x, t) = A\sin 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(ft - \frac{x_1}{\lambda}\right) - 2\pi\left(ft - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

Bước sóng:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{360}{450} = 0{,}80m = 80cm$$

Vậy: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{10}{80} = \frac{\pi}{4}$ rad

Hai điểm dao động của chúng ngược pha:

$$\Delta\varphi = K2\pi + \pi \qquad (K \in Z)$$

$$2\pi\frac{d}{\lambda} = K2\pi + \pi$$

$$d_{min} = \frac{\lambda\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}\lambda = 40cm \text{ (khi } K = 0)$$

Khi dao động vuông pha: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + K2\pi$

$$d_{min} = \frac{\lambda\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2\pi} = \frac{\lambda}{4} = 20cm$$

- Khi dao động cùng pha: $\Delta\varphi = K2\pi$

$$\Rightarrow d_{min} = \frac{\lambda(2\pi)}{2\pi} = \lambda = 80cm\ (K = 1)$$

2. Phương trình dao động tại nguồn O trên mặt chất lỏng có dạng:

$$u = 4\sin\frac{\pi}{3}t \text{ (cm)}.$$

Tìm vận tốc truyền sóng, biết bước sóng λ = 240cm.

Viết phương trình dao động tại điểm M trên mặt chất lỏng cách O một đoạn 360cm. Coi biên độ sóng không thay đổi.

Tìm độ lệch pha của sóng tại hai điểm cách nhau 210cm trên cùng một phương truyền sóng.

(CĐ Công nghiệp Hà Nội – 2004)

Giải

a) Phương trình dao động tại O có dạng: $u = U_0\sin 2\pi ft$

$\Rightarrow 2.\pi f\frac{\pi}{3} \Rightarrow f = \frac{1}{6}\text{Hz}$

Vận tốc sóng: $v = \lambda.f = 2{,}4.\frac{1}{6} = 0{,}40\text{m/s}$

Độ lệch pha của sóng tại 2 điểm O và M:

$$\Delta\varphi = \varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda}(OM)$$

* Xét OM = 360cm $\Rightarrow \varphi_M = \frac{2\pi}{240}360 = 3\pi$ rad

Dao động tại M trễ pha 3π so với dao động tại O, nên phương trình dao động tại M vào thời điểm t:

$$u_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{3}t - 3.\pi\right) \ (t \geq 9s)$$

Độ lệch pha của sóng tại 2 điểm cách nhau d = 210cm.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$$

* Xét OM = 210cm $\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{240}210 = 1{,}75\pi$ rad

Dao động tại hai điểm lệch pha nhau $1{,}75\pi$.

3. Một sóng cơ học được truyền từ O theo phương y với vận tốc v = 10m/s. Năng lượng sóng cơ học bảo toàn khi truyền đi. Dao động tại điểm O có dạng: $x = 4\sin\frac{\pi}{2}t$ (cm).

a) Xác định chu kì T và bước sóng λ?

b) Viết phương trình dao động tại điểm M trên phương truyền cách O một đoạn bằng d. Hãy xác định d để dao động tại điểm M cùng pha với dao động tại điểm O?

c) Biết li độ của dao động tại điểm M ở thời điểm t là 3cm. Hãy xác định li độ của điểm M sau đó 6s?

(ĐH Kiến trúc Hà Nội - 2000)

Giải

a) Phương trình dao động tại O có dạng: $u = A\sin\frac{2\pi}{T}t$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4s$

Bước sóng: $\lambda = v.T = 10.4 = 40\text{m/s}$

b) Phương trình dao động tại M cách O một đoạn y:

$$x_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi y}{\lambda}\right)$$

$$x_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi y}{0,4}\right) \text{cm (đơn vị là m)}$$

Nếu M ở trước O theo chiều truyền sóng thì $y = -d$.

Nếu M ở sau O theo chiều truyền sóng thì $y = d$.

Xét dao động của điểm M cùng pha với dao động tại điểm O.

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = k2\pi \ (k \in N)$$

$\Rightarrow d = k.\lambda = 0,4.k$ (m) $(k \in N)$

Vậy điểm M cách O: 0,4m hoặc 0,8m hoặc 1,2m...

c) Theo đầu bài:

$$x_M(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t - 5.\pi y)\right) = 3 \ (1)$$

Tính:

$$X(t+6) = 4\sin\left[\frac{\pi}{2}(t+6) - 5.\pi y\right] = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t - 5.\pi y)\right) = -(t)$$

$X(t + 6) = -3$cm.

Vậy li độ của điểm M vào thời điểm (t + 6)s là −3cm.

4.

Một dây đàn hồi rất dài có đầu A dao động với tần số f và th phương vuông góc với sợi dây. Biên độ dao động là 4cm, vận tốc truyề sóng trên dây là 4m/s. Xét một điểm M trên dây và cách A một đoạ 28cm, người ta thấy M luôn luôn dao động lệch pha với A một g

$\Delta\varphi = (2k + 1)\dfrac{\pi}{2}$ với K = 0, ± 1; ± 2, ...

a) Tính bước sóng λ. Biết tần số f có giá trị trong khoảng từ 22H đến 26Hz.

b) Viết phương trình dao động của điểm M. Biết phương trình d động của A là $u_A = 4\sin\omega t$ (cm)

(ĐH Quốc gia Tp. Hồ Chí Minh - 200

Giải

a) Công thức độ lệch pha giữa hai điểm A và M:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi df}{v} \Rightarrow f = \frac{\Delta\varphi.v}{2\pi d}$$

Theo đầu bài: d = 28cm = 0,28m. . 4m/s

$$\Delta\varphi = (2K + 1)\frac{\pi}{2} \ (K \in Z);\ 22Hz \le f \le 26Hz$$

$$\Rightarrow 22 \le \frac{(2k + 1)\pi.4}{2.2\pi.0,28} \le 26 \Rightarrow 2,56 \le k \le 3,14 \ (k \in Z)$$

$$\Rightarrow k = 3 \Rightarrow f = \frac{(2.3 + 1)}{0,28} = 25Hz$$

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{25} = 0,16$ (cm)

b) Phương trình dao động của điểm M:

$$u_M = 4\sin(2.\pi ft - \Delta\varphi) = 4\sin(50.\pi t - 3,5.\pi) \text{ (cm)}$$

5.

Sóng truyền từ điểm M đến điểm O rồi đến điểm N trên cùng một phương truyền sóng với vận tốc không đổi v = 20m/s. Cho biết tại O dao động có phương trình: $u_0 = 4\sin(2.\pi ft - \pi/6)$cm và tại hai điểm gần nhau nhất cách nhau 6m trên cùng phương truyền sóng thì dao động lệch pha một góc 2π/3 rad. Giả sử khi lan truyền biên độ sóng không đổi. Hãy xác định tần số của sóng và viết phương trình sóng tại M và N. Cho OM = ON = 0,5m.

(ĐH Chính Quy - 2001)

Giải

Độ lệch pha giữa hai điểm dao động tại hai điểm cách nhau một khoảng d: $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$

Thay số: $\frac{2\pi 6}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \lambda = 18m$

Tần số sóng: $f = \frac{v}{f} = \frac{20}{18} \approx 1,11Hz$

Độ lệch pha giữa hai điểm dao động tại hai điểm cách nhau một khoảng d = 0,5m: $\Delta\varphi' = \frac{2\pi.0,5}{18} = \frac{\pi}{18}$

Dao động tại M sớm pha hơn dao động tại O, nên phương trình dao động tại M vào thời điểm t:

$$u_M = 4\sin\left(\frac{20}{18}t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{18}\right) = 4\sin\left(\frac{20\pi}{9}t - \frac{\pi}{9}\right)\text{cm}$$

Dao động tại N trễ pha hơn dao động tại O, nên phương trình dao động tại N vào thời điểm t:

$$u_N = 4\sin\left(\frac{20\pi}{9}t - \frac{2\pi}{9}\right)\text{cm}$$

6. Một sóng cơ học được truyền theo phương Oy với vận tốc $v = 20cm/s$ Giả sử khi truyền đi, biên độ không đổi. Tại O dao động có dạng $x = 4\sin\frac{\pi t}{6}$

Trong đó x đo bằng mm, t đo bằng giây. Tại thời điểm t_1 li độ củ điểm O là $x = 2\sqrt{3}$ mm và x đang giảm.

Tính li độ tại O sau thời điểm t_1 một khoảng 3s.

Tính li độ ở điểm M cách O một đoạn d = 40cm ở cùng thời điểm t_1.

(Học viện Kĩ thuật Quân sự – 2001

Giải

a) Theo đầu bài: $t = t_1$; $x = x_1 = 2.\sqrt{3}$ (mm); $v = v_1 < 0$

$$x = 4.\sin\frac{\pi}{6}t_1 = 2.\sqrt{3} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{6}t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{6}t_1 = \pm 0,5$$

Do: $v = v_1 = 4.\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}t_1 < 0 \Rightarrow \cos\frac{\pi}{6}t_1 = -0,5 \qquad (2)$

Tính: $x = x_2$ khi $t = t_2 = t_1 + 3$ (s)

$$x_2 = 4.\sin\frac{\pi}{6}(t_1 + 3) = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t_1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_2 = 4.\cos\frac{\pi}{6}t_1 = 4.(-0,5) = -2m/s$$

b) Phương trình dao động tại M:

$$x_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Tần số sóng:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{6.2\pi} = \frac{1}{12}\text{Hz}$$

Bước sóng:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{\frac{1}{12}} = 240cm$$

$$x_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{2\pi.40}{240}\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Tính x_M vào thời điểm t_1:

$$x_M = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t_1 + \frac{\pi}{3}\right) = 4\sin\frac{\pi}{6}t_1\cos\frac{\pi}{3} - 4\sin\frac{\pi}{3}\cos\sin\frac{\pi}{6}t_1$$

$$x_M = 2.\sqrt{3}.0{,}5 - 4.\frac{\sqrt{3}}{2}(-0{,}5) = 2.\sqrt{3}\ (\text{mm}) \approx 3{,}46\text{mm}$$

7. Phương trình của một sóng ngang truyền trên một dây rất dài được cho bởi: $u = 6\sin(4{,}0\pi t + 0{,}020\pi x)$, trong đó u, x tính bằng cm và t tính bằng giây. Hãy xác định:

a) Biên độ sóng, bước sóng, tần số, tốc độ sóng, chiều truyền sóng.

b) Tốc độ ngang cực đại của một hạt trên dây.

c) Độ dời ngang tại x = 3,5cm lúc t = 0,26s là bao nhiêu?

Giải

a) – Biên độ sóng: a = 6cm

– Bước sóng: $\lambda = \dfrac{2\pi.10^{-2}}{0{,}020.\pi} = 1{,}0\text{m}$

– Tần số sóng: $f = \dfrac{4{,}0\pi}{2\pi} = 2\text{Hz}$

– Tốc độ sóng: $v = \lambda.f = 1{,}0.2{,}0 = 2{,}0\text{m/s}$

Do: $4{,}9\pi t + 0{,}020\pi x$ = hằng số

$\Rightarrow \dfrac{dx}{dt} = -200\text{cm/s} = -2{,}0\text{m/s}$, sóng truyền theo chiều âm trục Ox.

Phương trình vận tốc của một chất điểm:

$$u'(t) = \frac{du}{dt} = 0{,}24.\pi.\cos(4{,}0.\pi t + 0{,}020.\pi x)\text{m/s}$$

Tốc độ ngang cực đại của một hạt trên dây:

$$u'_{(\max)} = 0{,}24.3{,}14 \approx 0{,}75\text{m/s}$$

c) Độ dời ngang cần tìm:

$$u(0{,}26;\ 3{,}5) = 60\sin(4{,}0.\pi.0{,}26 + 0{,}020.\pi.3{,}5) \approx -20{,}3\text{cm}$$

V. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Một dây đàn hồi AB dài vô tận, căng thẳng nằm ngang. Làm cho đầu A của dây dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ 2cm chu kì 1,6s. Sau 3s thì dao động trên dây AB truyền được 12m.

a) Tìm bước sóng.

b) Viết phương trình dao động của một điểm M ở cách nguồn A 1,6m.

Chọn gốc thời gian lúc A bắt đầu dao động từ vị trí cân bằng thei chiều dương.

c) Vẽ hình của sợi dây vào lúc t = 2s sau khi A bắt đầu dao động.

ĐS: a) 6,4cm; b) $u(t) = 2\sin\left(1,25\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm); c) 8cm

2. Phương trình của một sóng truyền trên một dây rất dài được cho bởi: $u(x, t) = 3,0\sin\left(10\pi t - \frac{20}{7}\pi x\right)$cm, trong đó u tính bằng m và t tính bằng giây. Hãy xác định:

a) Biên độ sóng, bước sóng, tần số sóng, tốc độ sóng, chiều truyền sóng.

b) Độ dời ngang tại x = 35mm lúc t = 0,26s là bao nhiêu?

ĐS: a) 3,0cm; 0,70m; 5,0Hz; 3,5m/s; chiều dương;

b) 94cm/s; c) –3,0cm

3. Một sóng phẳng ngang có biểu thức như sau:

$$u = 0,3\sin(20\pi t - \pi x)\text{mm}$$

Trong đó x tính ra m, t tính ra giây.

a) Xác định tần số, vận tốc truyền sóng và bước sóng.

b) Viết phương trình cho sự phụ thuộc của vận tốc của phần tử vật chấ vào thời gian và khoảng cách x.

ĐS: a) 10Hz; 20m/s; 2m

b) $u'(t) = 6.\pi.\cos(20.\pi t - \pi x)$mm/s

4. Một sóng dạng sin ngang truyền trên một dây theo chiều dương trụ Ox với bước sóng 10cm, tần số 400Hz và biên độ 20mm.

a) Viết biểu thức sóng.

b) Tính tốc độ ngang cực đại của một điểm trên dây.

c) Tốc độ của sóng là bao nhiêu?

ĐS: a) $u(t, x) = 20\sin(800.\pi t - 20\pi x)$mm; b) 50m/s; c) 40m/s.

Loại 3. GIAO THOA SÓNG

. PHƯƠNG PHÁP

Giả sử phương trình dao động của hai nguồn sóng là:

$$u = a\sin\omega t$$

Xét điểm M cách A khoảng d_1, cách B khoảng d_2.

Phương trình dao động tại M khi sóng từ A truyền tới có dạng:

$$u_{MA} = a_{1M}\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tại M khi sóng từ B truyền tới có dạng:

$$u_{MB} = a_{2M}\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tại M khi sóng từ A và B truyền đến:

$$u_M = u_{MA} + u_{MB}$$

$$u_M = a_{1M}\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right) + a_{2M}\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

$$u_M = A\sin(\omega t + \varphi)$$

Theo kết quả bài tổng hợp dao động:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$

Độ lệch pha của hai dao động tại M:

$$\Delta\varphi = 2\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$

1. $\Delta\varphi = 2\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = n.2\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = n\lambda$: tại những điểm này hai dao ộng thành phần cùng pha, biên độ dao động tổng hợp cực đại.

2. $\Delta\varphi = 2\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2n + 1)\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, tại những điểm ày hai dao động ngược pha, biên độ dao động tổng hợp cực tiểu:

3. Trường hợp riêng:

$$u_{1M} = u_{2M} = u_M = 2a\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]$$

4. Số điểm dao động cực đại trên đoạn thẳng AB bằng số giá trị K thỏa ãn công thức:

$$\frac{AB}{\lambda} < K < \frac{AB}{\lambda} \qquad (K \in Z)$$

5. Số điểm dao động cực tiểu trên AB bằng số giá trị của K thỏa mãr công thức:

$$\frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} < K < \frac{AB}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad (K \in Z)$$

6. Khoảng cách giữa hai điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn AB:

$$l = n\frac{\lambda}{2} \quad (n \in N^{*})$$

II. BÀI TẬP MẪU

1. Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kế hợp A, B cách nhau 16cm dao động với tần số 15Hz và cùng pha. Tại mộ điểm M cách các nguồn A và B những khoảng $d_1 = 19cm$; $d_2 = 21cm$, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB không có cực đạ nào khác.

a) Tính vận tốc tryền sóng trên mặt nước.

b) Trên đoạn thẳng AB có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cự tiểu, xác định vị trí các điểm đó.

Giải

a) Tính vận tốc truyền sóng v:

M dao động với biên độ cực đại nên: $d_2 - d_1 = k.\lambda$

Giữa M và đường trung trực của AB không có cực đại nào khác nên k =

$\Rightarrow \lambda = d_2 - d_1 = 21 - 19 = 2cm$

$v = \lambda.f = 2.15 = 30cm/s$

b) Tìm vị trí điểm N $\in$ AB, dao động với biên độ cực tiểu.

Ta có: $d_1 + d_2 = AB = 16cm$ (1)

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(k + \frac{1}{2}\right)2, \text{ với } k \in Z \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $d_1 = 8{,}5 + k$, với $k \in Z$

Mà: $0 < d_1 < 16 \Rightarrow 0 < 8{,}5 + k < 16$, với $k \in Z$

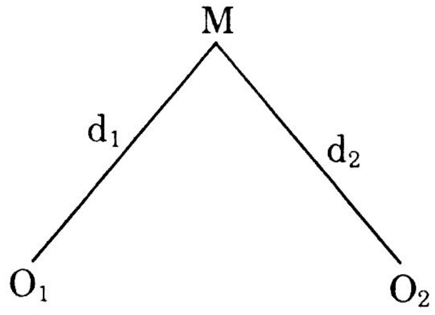
$\Rightarrow -8{,}5 < k < 7{,}5 \quad (k \in Z)$

$\Rightarrow k = -8; -7; -6; ...; 7$

Vậy trên đoạn thẳng AB có 16 điểm dao động với biên độ cực tiểu. V trí của các điểm đó cách A: $d_1 = 0{,}5; 1{,}5; 2{,}5; ...; 15{,}5cm$.

2. Trên bề mặt của một chất lỏng có hai nguồn phát sóng cơ O_1 và O thực hiện các dao động điều hòa, cùng tần số f, cùng biên độ a và cùn pha ban đầu bằng không, theo phương vuông góc với mặt chất lỏng. Co biên độ của sóng từ nguồn O_1 và O_2 gửi tới một điểm bất kì trên mặt chấ lỏng đều bằng biên độ dao động a của nguồn.

a) Thành lập phương trình dao động của điểm M bất kì trên mặt chất lỏng lần lượt cách O_1 và O_2 những đoạn d_1 và d_2. Xác định vị trí các điểm có biên độ dao động cực đại và điểm có biên độ dao động bằng không.



b) Chỉ xét các đường mà tại đó mặt chất lỏng không dao động và ở cùng một phía so với đường trung trực của đoạn O_1O_2. Nếu coi đường thứ nhất là đường đi qua điểm M_1 có hiệu số $d_1 - d_2 = 1,07$cm thì đường thứ hai là đường đi qua điểm M_2 có hiệu số $d_1 - d_2 = 3,67$cm. Tìm bước sóng và vận tốc truyền sóng. Cho biết f = 125Hz.

c) Tìm biên độ và pha ban đầu tại một điểm M_3. Biết $d_1 = 2,45$cm; $d_2 = 2,61$cm biên độ dao động tại hai nguồn O_1, O_2 là a = 2mm.

Giải

a) Biểu thức sóng tại các nguồn O_1, O_2: $u_1 = u_2 = a\sin\omega t$

Phương trình dao động tại M do nguồn O_1 truyền tới:

$$u_{1M} = a\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động tại M do nguồn O_2 truyền tới:

$$u_{2M} = a\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

Phương trình dao động của M:

$$u_M = u_{1M} + u_{2M}$$

$$u_M = a\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_1}{\lambda}\right) + a\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{d_2}{\lambda}\right)$$

$$u_M = 2a\cos\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\sin\left[\omega t - \pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda}\right]$$

– Biên độ dao động: $A = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right|$

– Biên độ cực đại: A = 2a

$\Rightarrow \cos\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} = \pm 1$

$\Rightarrow d_1 - d_2 = K.\lambda \qquad (K \in Z)$

Những điểm có hiệu khoảng cách đến hai nguồn phát sóng bằng một số nguyên lần bước sóng sẽ dao động với biên độ cực đại:

– Biên độ bằng không:

$\Rightarrow \cos\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} = \cos(2k + 1)\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow d_1 - d_2 = (2k+1)\frac{\pi}{2} \qquad (K \in Z)$$

Những điểm có hiệu khoảng cách đến hai nguồn phát sóng bằng một số nguyên lẻ nửa bước sóng sẽ dao động với biên độ bằng 0. Quỹ tích các điểm này là một họ hyperbol cũng có tiêu điểm O_1, O_2 xen kẽ với họ hyperbol trước.

b) Những điểm đứng yên: $MO_1 - MO_2 = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

– Tại M_1: $M_1O_1 - M_1O_2 = d_1 - d_2 = (2k+1)\frac{\pi}{2} = 1{,}07\text{cm}$ (1)

– Tại M_2: $M_2O_1 - M_2O_2 = d_1' - d_2' = 3{,}67\text{cm}$ (2)

Từ (1) và (2):

$$\Rightarrow [2(n+11)+1]\frac{\pi}{2} - (2k+1)\frac{\pi}{2} = 3{,}67 - 1{,}07$$

$$\Rightarrow 11\lambda = 2{,}6\text{cm} \Rightarrow \lambda \approx 0{,}24\text{cm}$$

Vận tốc truyền sóng: $v = \lambda.f = 30\text{cm/s}$

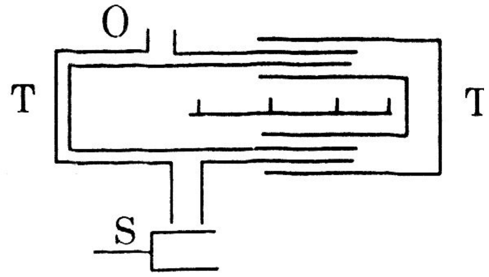
c) Biên độ và pha ban đầu tại M_3:

– Biên độ: $A_3 = 2a\left|\cos\frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda}\right| = \left|2.2\cos\frac{2{,}4502{,}61}{0{,}24}\right| = 2\text{mm}$

$$-\pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda} = \frac{-(2{,}45 + 2{,}61)}{0{,}24}\pi = -1\pi$$

Do: $\cos\frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} < 0 \Rightarrow \varphi = -20\pi$ hoặc -22π

3. Để xác định bước sóng và vận tốc âm người ta có thể dùng một dụng cụ (Gọi là ống Koeing) có cấu tạo nguyên tắc như sau (hình vẽ)



– Một ống thủy tinh T có dạng chữ U, có hai lỗ hở: S để tạo nguồn âm và O để tai nghe.

– Một ống thủy tinh T' cũng có dạng chữ U lồng khít vào hai đầu của ống T, ống T' có thể dịch chuyển ra vào được nhờ một thước chia độ đặt bên cạnh.

a) Dùng một âm thoa đặt tại S để tạo nguồn âm. Tai nghe đặt tại O Bên trong ống chứa một chất khí. Dịch chuyển ống T' thì thấy có lú nghe rõ, có lúc không nghe được âm nữa. Hãy giải thích hiện tượng trên.

b) Bên trong ống chứa không khí khô ở 0^0C, ống được điều chỉnh để không nghe được âm. Khi dịch chuyển ống T' đến vị trí mới gần nhất thì lại không nghe được âm. Khoảng dịch chuyển bằng 33cm. Biết vận tốc âm trong không khí ở 0^0C là 330m/s. Tìm tần số dao động của âm thoa.

c) Thay không khí bằng khí hyđrô ở 0^0C, để có được hai lần im lặng liên tiếp, ống T' di chuyển một khoảng 125,6cm. Tìm vận tốc âm trong khí hyđrô.

d) Ống bây giờ lại chứa không khí, nhưng ở nhiệt độ θ. Để nhận được hai lần im lặng liên tiếp, ống T' phải dịch chuyển một khoảng 36,3cm. Xác định nhiệt độ θ, biết rằng vận tốc âm trong cùng một chất khí tỉ lệ với căn bậc hai của nhiệt độ tuyệt đối.

Giải

a) Khi âm thoa dao động S trở thành nguồn phát âm.

– Khi nghe rõ thì biên độ tổng hợp tại O cực đại:

$$(STO) - (ST'O) = d_1 - d_2 = n.\lambda \qquad (N \in Z)$$

– Khi không nghe rõ thì biên độ tại O triệt tiêu:

$$(STO) - (ST'O) = d_1 - d_2' = (2n + 1).\frac{1}{2}\lambda \ (n \in Z)$$

b) Vị trí không nghe được âm lúc đầu:

$$d_1 - d_2' = [(2n + 1) + 1].\ \frac{1}{2}\lambda \qquad (1)$$

– Ở vị trí không nghe được âm gần nhất:

$$d_1 - d_2'' = [(2n + 1) + 1].\ \frac{1}{2}\lambda \qquad (2)$$

Với $d_2'' = d_2' + 2a$ (a = 33cm) (dịch chuyển ống ra xa)

Lấy (1) – (2):

$$\Rightarrow |(d_1 - d_2'') - d_1 - d_2')| = [2(n + 1) + 1]\frac{1}{2}\lambda - (2n + 1).\frac{1}{2}\lambda$$

$\Rightarrow \lambda = 2a = 66cm.$

– Tần số dao động của âm: $f = \frac{v_0}{\lambda} = \frac{300}{0,60} = 500Hz$

c) Lý luận như câu b, ta tính được bước sóng âm trong khí hyđrô:

$$\lambda 1 = 2a_1 = 125,6.2 = 252,2cm = 2,521\ (m)$$

Do đó: $v_1 = \lambda_1 f = 2,521.500 = 1256$ (m/s)

d) Bước sóng của sóng âm trong không khí ở θ^0C:

$$\lambda_2 = 2a_2 = 36,3.2 = 72,6cm$$

Vận tốc âm trong không khí ở nhiệt độ θ^0C:

$$v_2 = \lambda_2 f = 72,6.500 = 36300cm/s$$

Ta lại có: $\dfrac{273+\theta}{273} = \left(\dfrac{v_2}{v_0}\right)^2 = \left(\dfrac{363}{330}\right)^2 \Rightarrow \theta = 57,33^0C.$

- *Chú ý:* di chuyển ống đến gần cũng thu được cùng một kết quả.

4. Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước, tại điểm S_1 và S_2 có hai nguồn truyền dao động với phương trình: $u_{01} = u_{02} = \sin\pi t$ (cm).

Vận tốc truyền sóng là v = 20cm/s. Khoảng cách S_1S_2 = 12cm.

a) Mô tả hình ảnh trên mặt nước.

b) Thành lập phương trình dao động tại điểm M cách S_1, S_2 lần lượt là 8cm và 11,5cm.

c) Điểm N cách S_1S_2 lần lượt là 8cm và 14cm nằm trên đường nào? Và cho biết vị trí tương đối của đường nào so với đường trung trực của đoạn S_1, S_2.

Giải

a) Trên mặt nước có các gợn lồi là những đường hyperbol tại đó biên độ dao động lớn đường trung trực của S_1, S_2 là gợn lồi xen kẽ giữa các gợn lồi là các đường hyperbol tại đó các phân tử nước không dao động (biên độ = 0)

b) Tại M: $u = u_1 + u_2 = 2\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{\lambda}d_1\right) + a\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{\lambda}d_2\right)$

$$= 2\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1), \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right]$$

$$\omega = 20\pi \Rightarrow f = 10Hz \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{10} = 2cm$$

Vậy: $u = 2\cos\dfrac{\pi}{\lambda}(11,5 - 8).\sin\left(20\omega t - \dfrac{\pi}{2}19,5\right)$

$$= 2\cos\frac{7\pi}{4}\sin\left(20\omega t - \frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\sin\left(20\omega t - \frac{7\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$$

c) Tại N: $d_2 - d_1 = 14 - 8 = 6cm$

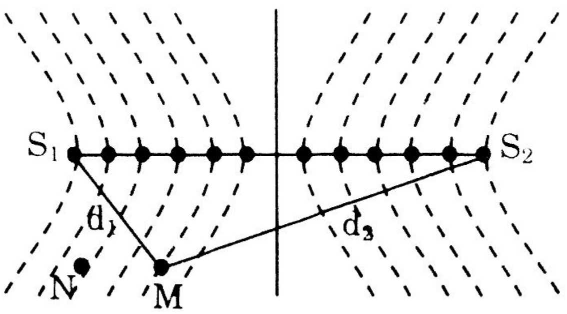
Biên độ dao động tại N: $A_N = 2\left|\cos\dfrac{\pi}{2}(14 - 8)\right| = 2$

Điểm N nằm trên vân cực đại có biên độ dao động = 2cm

$\Rightarrow d_2 - d_1 = K\lambda = 6 = 3.2$

$\Rightarrow$ K = 3: N nằm trên vân cực đại bậc 3 về phía S_1.

$\Rightarrow$ so với đường trung trực là gợn lồi thứ 3 về phía S_1.



Loại 4. DÃY CỰC ĐẠI, DÃY CỰC TIỂU TRONG GIAO THOA TRƯỜNG

I. PHƯƠNG PHÁP

Giả sử dao động của hai nguồn kết hợp S_1 và S_2 cùng pha.

1. Số điểm dao động cực đại trên S_1, S_2:

– Gọi M trên S_1S_2 là điểm dao động cực đại:

Ta có: $d_1 + d_2 = S_1S_2$ (1)

$d_1 - d_2 = k\lambda$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $d_1 = \frac{S_1S_2}{2} + \frac{k\lambda}{2}$ (3)

Và $0 < d_1 < S_1S_2$

Suy ra: $-\frac{S_1S_2}{\lambda} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda}$ (4) ($k \in Z$)

Chú ý: • Các điểm dao động cực đại thỏa mãn (4)

• Vị trí các điểm dao động cực đại xác định dựa vào (3)

2. Số điểm dao động cực tiểu trên S_1S_2:

Ta có: $d_1 + d_2 = S_1S_2$ (1')

$(d_1 + d_2) = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ (2')

Từ (1') và (2') suy ra: $\frac{S_1S_2}{\lambda} + (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$ (3')

Và $0 < d_1 < S_1S_2$

$$0 < \frac{S_1S_2}{\lambda} + (2k + 1)\frac{\lambda}{4} < S_1S_2$$

Suy ra: $-\frac{S_1S_2}{\lambda} < \frac{1}{2} < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - \frac{1}{2}$ (4') ($k \in Z$)

Chú ý: • Các điểm dao động cực tiểu thỏa mãn (4')

• Vị trí các điểm dao động cực tiểu xác định từ (3')

II. BÀI TẬP MẪU

1. Hiện tượng giao thoa của sóng trên mặt nước và sóng âm thanh có gì khác nhau? Hiện tượng giao thoa của ánh sáng cho ta kết luận ánh sáng là loại sóng ngang hay sóng dọc? Tại sao?

Áp dụng: Tại hai điểm A, B trong không khí cách nhau AB = 10m có hai nguồn phát sóng âm kết hợp cùng tần số f = 420Hz, cùng biên độ và cùng pha ban đầu $\varphi = 0$. Vận tốc truyền âm là v = 336m/s.

a) Hãy chứng minh rằng trên đoạn thẳng AB có thể tìm được những điểm không nghe được âm thanh?

b) Xác định vị trí các điểm đó?

Giải

Sóng trên mặt nước là sóng ngang nên hiện tượng giao thoa có thể xảy ra tại mọi điểm trên mặt nước.

Sóng âm thanh là sóng dọc nên hiện tượng giao thoa chỉ xảy ra trên đoạn thẳng nối hai nguồn kết hợp (vì chỉ có những điểm trên đoạn thẳng này thì hai sóng tới cùng phương là 2 sóng kết hợp, sẽ tạo ra được hiện tượng giao thoa).

Hiện tượng giao thoa của ánh sáng có thể xảy ra khắp nơi trong không gian, ở ngoài đoạn thẳng nối 2 nguồn kết hợp do đó hiện tượng này cho thấy sóng ánh sáng là một loại sóng ngang.

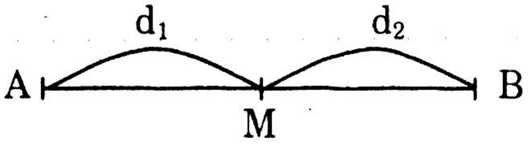
Áp dụng: a) Tại những điểm M trên đoạn thẳng nối 2 nguồn kết hợp AB ta có 2 sóng tới cùng phương là 2 sóng kết hợp sẽ tạo ra được hiện tượng giao thoa, do đó có những điểm không nghe được âm thanh (nút sóng).

$$\text{Ta có: } d_1 = d_2 = \left(K + \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(K + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{f} = \left(K + \frac{1}{2}\right)0{,}8 = 0{,}8K + 0{,}4$$

Vì M thuộc đoạn AB $\Rightarrow d_1 + d_2 = AB = 10m \Rightarrow d_1 = 0{,}4K + 5{,}2$ (m)

b) Vì: $0 < d_1 = MA < AB = 10m \Rightarrow -13 < K < 12 \Rightarrow$ vị trí những điểm không nghe được âm trên đoạn thẳng AB:

$-13 < K \in Z < 12$	-12	$-11 \ldots -1$	0	$1 \ldots 11$
$d_1 = 0{,}4K + 5{,}2$ (m)	0,4	0,8 ... 4,8	5,2	5,6 ... 9,6



2. Trong thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt chất lỏng. Hai nguồn kết hợp S_1S_2 cách nhau 10 (cm), dao động với bước sóng $\lambda = 2$ (cm).

a) Tìm số điểm dao động cực đại, số điểm cực tiểu quan sát được trên mặt chất lỏng.

b) Tìm vị trí các điểm cực đại trên đoạn S_1S_2

Giải

a) Số điểm dao động cực đại:

Lấy điểm M trên S_1S_2, M là điểm dao động cực đại.

Ta có: $d_1 + d_2 = S_1S_2$ (1)

$d_1 - d_2 = k\lambda$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

$$d_1 = \frac{S_1S_2}{2} + \frac{k\lambda}{2} \quad (3)$$

Và $0 < \frac{S_1S_2}{2} + \frac{k\lambda}{2} < S_1S_2$

Suy ra: $-\frac{10}{2} < k < \frac{10}{2}$

$\Rightarrow -5 < k < 5$ (4)

– Có 9 giá trị của $k \in Z$ thỏa mãn (4):

($k = 0$, $k = \pm 1$, $k = \pm 2$, $k = \pm 3$, $k = \pm 4$)

– Số điểm dao động cực tiểu:

Ta có: $d_1 + d_2 = S_1S_2$ (1')

$d_1 - d_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ (2')

Từ (1') và (2') suy ra: $d_1 = \frac{S_1S_2}{2} + (2k + 1)\frac{k\lambda}{4}$ (3')

và $0 < \frac{S_1S_2}{2} + (2k + 1)\frac{k\lambda}{4} < S_1S_2$

Suy ra: $-\frac{10}{2} - \frac{1}{2} < k < \frac{10}{2} - \frac{1}{2}$

$-5,5 < k < 4,5$ (4')

– Có 10 giá trị $k \in Z$ thỏa mãn (4')

($k = 0$, $k = \pm 1$, $k = \pm 2$, $k = \pm 3$, $k = \pm 4$, $k = -5$)

b) Vị trí các điểm dao động cực đại:

Ta có: $d_1 = \frac{S_1S_2}{2} + \frac{k\lambda}{2} = 5 + k$

Với $k = 0, 1, 2, 3, 4, -1, -2, -3, -4$

Nhận xét: $d_1 = 5$ (cm), 6 (cm), 2 (cm), khoảng cách giữa hai điểm dao động cực đại liên tiếp bằng 1cm $= \frac{\lambda}{2}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Hai sóng kếp hợp có cùng biên độ và tần số và vuông pha với nhau (lệch pha $\frac{\pi}{2}$). So sánh hai sóng với nhau, sẽ cho kết quả là:

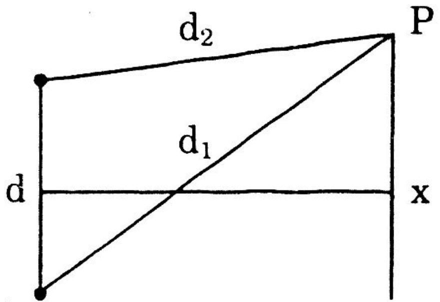
A. Hai sóng cùng biên độ và vận tốc nhưng khác bước sóng.

B. Hai sóng cùng biên độ và tần số nhưng vận tốc khác nhau.

D. Hai sóng cùng bước sóng và vận tốc nhưng khác biên độ.

C. Hai sóng cùng biên độ và bước sóng nhưng khác vận tốc.

2. Hai nguồn sóng cùng pha cách nhau một khoảng d, hai nguồn phát ra cùng một bước sóng như hình vẽ. Hỏi độ biến thiên $\Delta d = d_1 - d_2$ bằng bao nhiêu để tại điểm P hai sóng ngược pha nhau? Chọn đáp án đúng nhất.



A. 2λ B. $\frac{\lambda}{2}$ C. $\left(\frac{x}{d_2}\right)d$ D. $\frac{x}{d_1}$

3. Trong thí nghiệm giao thoa sóng, người ta tạo ra trên mặt nước hai nguồn sóng A, B dao động với phương trình $u_A = u_B = 5\sin 10\pi t$ (cm). Vận tốc sóng là 20 (cm/s). Một điểm N trên mặt nước với AN – BN = 10 (cm). Hỏi điểm này nằm trên đường dao động biên độ cực tiểu hay đường biên độ cực đại và là đường thứ bao nhiêu?

A. Dao động với biên độ cực đại và là đường thứ 5.

B. Dao động với biên độ cực đại và là đường thứ 3.

C. Dao động với biên độ cực tiểu và là đường thứ 2.

D. Dao động với biên độ cực tiểu và là đường thứ 3.

4. Hai nguồn kết hợp là hai nguồn phát sóng:

A. Có cùng tần số

B. Có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

C. Có cùng biên độ và độ lệch pha không đổi theo thời gian.

D. Có cùng tần số và độ lệch pha không đổi theo thời gian.

5. Điểm M cách hai nguồn sóng kết hợp lần lượt là d_1 và d_2 có biên độ dao động tổng hợp cực đại bằng 2a khi:

A. $d_2 + d_1 = k.\lambda$ B. $d_2 - d_1 = k\frac{\lambda}{2}$

C. $d_2 - d_1 = k.\lambda$ D. $d_2 - d_1 = (2k + 1).\frac{\lambda}{2}$

6. Trong hiện tượng giao thoa trên mặt chất lỏng với hai nguồn S_1S_2 giống nhau. Khoảng cách giữa hai điểm cực đại hay hai điểm đứng yên trên đoạn S_1S_2 là:

A. $k.\lambda$ B. $(2K + 1).\lambda$ C. $k\frac{\lambda}{2}$ D. $(2K + 1).\frac{\lambda}{2}$

7. Kết luận nào sau đây sai khi nói tới sự phản xạ của sóng:

A. Sóng phản xạ luôn luôn cùng pha với sóng tới ở vị trí đầu phản xạ.

B. Sóng phản xạ luôn luôn có cùng vận tốc truyền với sóng tới.

C. Sóng phản xạ luôn luôn có cùng tần số với sóng tới.

D. Sự phản xạ ở đầu cố định làm đổi chiều li độ.

8. Cho 2 nguồn kết hợp S_1, S_2 giống hệt nhau cách nhau 5 (cm). Nếu sóng do 2 nguồn này tạo ra có bước sóng $\lambda = 2$ (cm) thì trên đoạn S_1S_2 có thể quan sát được bao nhiêu cực đại giao thoa. (không kể hai vị trí S_1, S_2 của hai nguồn).

A. 11 B. 5 C. 4 D. 3

9. Điều quan trọng nhất để hai sóng có thể tạo ra phách là 2 sóng đó phải

A. có cùng tần số. B. có cùng biên độ.

C. có cùng âm bội. D. có tần số chênh lệch nhau 1 lượng nhỏ.

10. Trong hiện tượng giao thoa cơ học, hai nguồn A, B cùng có biên độ a = 1mm, chu kì 0,2s. Vận tốc truyền bằng 1m/s. Điểm M cách A 18cm và cách B 13cm có biên độ dao động bằng:

A. 2mm B. $\sqrt{2}$ mm C. $\sqrt{3}$ mm D. 0.

IV. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. **Đáp án:** B. Hai sóng cùng biên độ và tần số nhưng vận tốc khác nhau.

2. **Đáp án:** B. $\frac{\lambda}{2}$

3. **Đáp án:** D. Dao động với biên độ cực tiểu và là đường thứ 3.

4. **Đáp án:** D. Có cùng tần số và độ lệch pha không thay đổi theo thời gian.

5. **Đáp án:** C. $d_2 - d_1 = k.\lambda$

6. **Đáp án:** C. $k\frac{\lambda}{2}$

7. **Đáp án:** A. Sóng phản xạ luôn luôn cùng pha với sóng tới ở vị trí phản xạ.

8. **Đáp án:** B. 5

9. **Đáp án:** D. có tần số chênh lệch nhau 1 lượng nhỏ.

10. **Đáp án:** D. 0.

V. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Tại hai điểm O_1 và O_2 cách nhau 10cm trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng dao động theo phương thẳng đứng với các phương trình lần lượt là $u_1 = 0{,}2\sin(50\pi t)$cm và $u_2 = 0{,}2\sin(50\pi t + \pi)$cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là v = 0,5m/s. Coi biên độ sóng không đổi. Tìm phương trình dao động tổng hợp tại điểm M trên mặt chất lỏng cách nguồn O_1, O_2 những đoạn tương ứng là d_1, d_2. Xác định số điểm có biên độ dao động cực đại trên đoạn thẳng O_1, O_2.

(Đề thi tuyển sinh ĐH và CĐ 2004 – 2005)

Giải

Tần số dao động: $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{50\pi}{2\pi} = 25\text{Hz}$

Bước sóng: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{0{,}5}{25} = 0{,}02\text{m} = 2\text{cm}$

$$u_{M1} = 0{,}2\sin\left(50\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) = 0{,}2\sin\left(50\pi t - \frac{2\pi d_1}{2}\right)\text{cm}$$

(d_1 đo bằng cm)

$$u_{M2} = 0{,}2\sin\left(50\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)\text{cm}$$

Phương trình dao động tại M khi cả hai sóng từ O_1 và O_2 truyền đến:

$$u_M = u_{M1} + u_{M2} = 0{,}2\left[\sin\left(50.\pi t - \frac{2\pi d_1}{2}\right) + \sin\left(50.\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{2}\right)\right]$$

$$u_M = 0{,}4\sin\frac{\left(50\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) - \left(50\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)}{2}\cos\frac{\left(50\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) - \left(50\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)}{2}$$

$$u_M = 0{,}4\sin\left[50.\pi t + \frac{\pi}{2} - (d_1 - d_2)\frac{\pi}{2}\right]\cos\left[\frac{\pi}{2} + (d_1 - d_2)\frac{\pi}{2}\right]$$

$$u_M = -0{,}4\sin(d_2 - d_1)\frac{\pi}{2}\sin(50.\pi t - 4{,}5.\pi)$$

Xét những điểm dao động với biên độ cực đại:

$$\left|\sin(d_1 - d_2)\frac{\pi}{2}\right| = 1 \Rightarrow (d_1 - d_2)\frac{\pi}{2} = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow d_1 - d_2 = 2k + 1\ (k \in Z)$ (1)

Vị trí những điểm cần tìm thỏa mãn công thức (1)

Mặt khác: $d_1 + d_2 = S_1S_2 = 10$cm (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = 5{,}5 + k$ $(k \in Z)$

Do $0 < d_1 < S_1S_2 = 10cm$

$\Rightarrow 0 < 5,5 + k < 10 \Rightarrow -5,5 < k < 4,5$ ($k \in Z$)

$\Rightarrow k = -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$

Vậy có tất cả 10 điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn S_1S_2.

2.

Tại hai điểm O_1, O_2 trên mặt chất lỏng cách nhau 11cm có hai nguồn phát sóng kết hợp với phương trình dao động tại nguồn:

$u_1 = u_2 = 2\sin\pi t$ (cm). Hai sóng truyền với vận tốc không đổi và bằng nhau v = 20cm/s.

a) Xác định độ lệch pha của hai sóng tại một điểm M trên bề mặt chất lỏng cách hai nguồn lần lượt các khoảng $d_1 = 14cm$, $d_2 = 15cm$.

b) Xác định vị trí các cực tiểu giao thoa (biên độ của sóng tổng hợp bằng 0) trên đoạn O_1O_2.

(ĐH Cần Thơ – 2001)

Giải

a) Tần số dao động: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5Hz$

Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{5} = 4cm$

Phương trình dao động tại M khi cả hai sóng từ O_1 và O_2 truyền đến:

$$u_{M1} = 2\sin\left(10\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) = 2\sin\left(10\pi t - \frac{2\pi d_1}{4}\right)cm$$

$$u_{M2} = 2\sin\left(10\pi t + \pi - \frac{2\pi d_2}{4}\right)cm$$

Độ lệch pha của hai sóng tại điểm M: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{4}(d_2 - d_1)$

Thay số: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{4}(15 - 14) = \frac{\pi}{2}$

b) Gọi $N \in O_1O_2$ với: $d_1 = O_1N$; $d_2 = O_2N$

$\Rightarrow d_1 + d_2 = O_1O_2 = 11cm$ (1)

N dao động với biên độ cực tiểu:

$$d_1 - d_2 = 4k + 2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = 2k + 6,5$ ($k \in Z$)

Mà: $0 < 2k + 6,5 < 11$ ($k \in Z$)

$\Rightarrow -3,25 < k < 2,25$ ($k \in Z$

$k = -3; -2; -1; 0; 1; 2$

$d_1 = 0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 19,5$ (cm)

3. Trong thí nghiệm về giao thoa trên mặt nước, hai nguồn kết hợp S_1, S_2 dao động với tần số 15Hz, vận tốc truyền sóng là 30cm/s.

Tại điểm M cách các nguồn S_1, S_2 những khoảng $d_1 = 20cm$, $d_2 = 30cm$ dao động với biên độ thế nào?

Tìm số điểm dao động với biên độ cực đại và cực tiểu trên đoạn S_1, S_2. Cho $S_1S_2 = 11cm$

(CĐ Kĩ thuật Thái Bình – 2004)

Giải

a) Bước sóng:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{15} = 3cm$$

Xét: $d_2 - d_1 = 30 - 20 = 10 = 5.2 = 5.\lambda$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = k.\lambda$ với $k = 5$

Vậy tại M vật dao động với biên độ cực đại.

b) Vị trí những điểm dao động với biên độ cực đại:

$$d_1 - d_2 = k\lambda = 2k(k \in Z) \qquad (1)$$

Mặc khác:

$$d_1 + d_2 = S_1S_2 = 11cm \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = 5,5 + k \quad (k \in Z)$

Do $0 < d_1 < S_1S_2 = 11$

$\Rightarrow 0 < 5,5 + k < 11 \Rightarrow -5,5 < k < 5,5 \qquad (k \in Z)$

$\Rightarrow k = -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$

Vậy có tất cả 11 điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn S_1S_2.

$M \in S_1S_2$ dao động với biên độ cực tiểu:

$$d_1 - d_2 = (2k + 1)\frac{1}{2}\lambda = (2k + 1)\frac{1}{2}2$$

$$d_1 - d_2 = 2k + 1 \qquad (1)$$

Mặc khác: $d_1 + d_2 = S_1S_2 = 11cm \quad (2)$

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = k + 6 \quad (k \in Z)$

Mà: $0 < d_1 < 11$

$\Rightarrow 0 < k + 6 < 11 \quad (k \in Z)$

$\Rightarrow -6 < k < 5 \qquad (k \in Z)$

$\Rightarrow k = -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$

Vật có tất cả 10 điểm dao động với biên độ cực tiểu trên đoạn S_1S_2.

4.

Hai nguồn kết hợp S_1, S_2 cách nhau 50mm dao động theo phương trình $x = a\sin 20\pi t$ (mm) trên mặt thoáng của thủy ngân, coi biên độ không đổi. Xét về một phía đường trung trực của S_1S_2 ta thấy vân bậc k đi qua điểm M có hiệu số $MS_1 - MS_2 = 12$mm và vân bậc k + 3 (cùng loại với vân k) đi qua điểm M' có $M'S_1 - M'S_2 = 36$mm.

a) Tìm bước sóng và vận tốc truyền sóng trên mặt thủy ngân. Vân bậc k là cực đại hay cực tiểu.

b) Xác định số cực đại trên đường nối S_1S_2 và vị trí của chúng đối với nguồn S_1.

c) Điểm gần nhất dao động cùng pha với nguồn trên đường trung trực của S_1S_2 cách nguồn S_1 bao nhiêu?

(ĐH Kiến trúc Hà Nội – 2001)

Giải

Vị trí vân cực đại: $d_1 - d_2 = k\lambda$ $(k \in Z)$

Vị trí vân cực tiểu: $d_1 - d_2 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} = k.\lambda + \frac{\lambda}{2}$ $(k \in Z)$

Trong cả hai trường hợp: $\Delta d' - \Delta d = (k_2 - k_1).\lambda$

- Xét tại M: $\Delta d = MS_1 - MS_2 = 12$mm $(k \in Z)$
- Xét tại M': $\Delta d' = M'S_1 - M'S_2 = 36$mm $(k \in Z)$

Theo đầu bài: $k_2 - k_1 = 3 \Rightarrow 3.\lambda = 36 - 12 = 24$mm $\Rightarrow \lambda = 8$mm

Vậy bước sóng là 8mm.

Tần số sóng: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 100$Hz

Vận tốc truyền sóng: $v = \lambda.f = 8.100 = 800$mm/s = 0,8m/s

Do: $MS_1 - MS_2 = 12\text{mm} = 1{,}5.8 = 1{,}5.\lambda = \lambda + \frac{\lambda}{2}$ nên tại M là vân cực tiểu bậc 1

b) $d_1 - d_2 = k\lambda = 8k (k \in Z)$ (1)

Mặc khác: $d_1 - d_2 = S_1S_2 = 50$mm (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = 25 + 4k$ $(k \in Z)$

Do $0 < d_1 < S_1S_2 = 50$

$\Rightarrow 0 < 25 + 4k < 50$

$\Rightarrow -6{,}25 < k < 6{,}25$ $(k \in Z)$

$\Rightarrow k = -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$

Vậy có tất cả 13 điểm dao động với biên độ cực đại trên đọan S_1S_2.

c) Gọi N $\in \Delta$, với Δ là đường trung trực của S_1S_2.

$$u_{N1} = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

$$u_{N2} = a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$

Mà: $d = d_1 = d_2 = \sqrt{\left(\frac{S_1S_2}{2}\right)^2 + x^2}$

$\Rightarrow u_N = 2a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

N dao động cùng pha với S_1: $\frac{2\pi d}{\lambda} = 2k\pi$

$\Rightarrow d = k.\lambda = 8k \quad (k \in Z)$

Do $d \geq S_1S_2/2 \Rightarrow 8k \geq 25 \Rightarrow k \geq 3,125 \qquad (k \in Z)$

$\Rightarrow d_{min} = 4.\lambda = 4.8 = 32mm$

5. Hai đầu A và B của một mẩu dây thép nhỏ hình chữ U được đặt chạm vào mặt nước. Cho mẩu dây thép dao động điều hòa theo phương vuông góc với mặt nước.

1. Trên mặt nước thấy các gợn sóng hình gì? Giải thích hiện tượng (không cần tính toán).

2. Cho biết khoảng cách AB = 6,5cm; tần số dao động f = 80Hz, vận tốc truyền sóng v = 32cm/s; biên độ sóng không đổi a = 0,5cm.

a) Thiết lập phương trình dao động tổng hợp tại điểm M trên mặt nước cách A một khoảng d_1 = 7,79cm và cách B một khoảng d_2 = 5,09cm.

b) So sánh pha của dao động tổng hợp tại M và dao động tại hai nguồn A và B.

3. Tìm số gợn sóng lồi và vị trí của chúng trên AB.

(ĐH Quốc gia Hà Nội – 2000)

Giải

Trên mặt nước thấy các gợn sóng hình như sau: một đường thẳng nổi trên mặt nước trùng với đường trung trực của đoạn AB, hai phía, đối xứng nhau là các đường hyperbol nổi trên mặt nước, xen kẽ những đường này là những đường hyperbol khác tại đó mặt nước không dao động. Các hyperbol này đều có các tiêu điểm là A và B.

Hai nguồn A và B phát ra các sóng kết hợp do có cùng tần số và cùng pha. Do hai sóng này có miền giao nhau nên chúng giao thoa với nhau.

Trên mặt nước có hai sóng kết hợp lan truyền và gặp nhau, chúng tạo ra hiện tượng giao thoa trên mặt nước nên trên mặt nước có những điểm dao động với biên độ cực đại tạo thành càc gợn lồi.

Phương trình dao động tại A và B:

$$u_1 = u_2 = a\sin 2.\pi ft = 0{,}5\sin 160.\pi t \text{ (cm)}$$

Bước sóng: $\lambda = v/f = 32/80 = 0{,}4$ (cm)

Phương trình dao động tại M khi chỉ có sóng từ A truyền đến:

$$u_{M1} = 0{,}5\sin\left(160.\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) = 0{,}5\sin\left(160.\pi t - \frac{2\pi 7{,}79}{0{,}4}\right) \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow u_{M1} = 0{,}5\sin(160.\pi t - 38{,}95\pi)$

Phương trình dao động tại M khi chỉ có sóng từ B truyền đến:

$$u_{M2} = 0{,}5\sin(160.\pi t - 25{,}45.\pi) \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động tại M khi cả hai sóng từ A và B truyền đến:

$$u_M = u_{M1} + u_{M2} = 0{,}5\sin(160.\pi t - 38{,}95\pi) + 0{,}5\sin(160.\pi t - 25{,}45.\pi)$$

$$u_M = \sin\frac{160.\pi t - 38{,}95\pi + 160.\pi t - 25{,}45\pi}{2}$$

$$\cos\frac{(160.\pi t - 38{,}95\pi) - (160.\pi t - 25{,}45\pi)}{2}$$

$$u_M = 1\sin[160.\pi t - 32{,}2.\pi]\cos 6{,}75.\pi] = -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin[160.\pi t - 32{,}2.\pi]$$

$$u_M = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin[160.\pi t - 32{,}2.\pi] \text{ (cm)}$$

Vậy dao động tổng hợp tại M và dao động tại hai nguồn A và B lệch pha nhau $31{,}2\pi$ hoặc $33{,}2\pi$

Vị trí của gợn sóng lồi trên đoạn AB:

$d_1 - d_2 = k\lambda = 0{,}4k$ $\quad (k \in Z) \quad$ (1)

Mặc khác: $d_1 + d_2 = AB = 6{,}5$cm $\quad$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $d_1 = 3{,}25 + 0{,}2k$ $(k \in Z)$

Do $0 < d_1 < AB = 6{,}5$cm

$\Rightarrow 0 < 3{,}25 + 0{,}2k < 6{,}5$

$\Rightarrow -16{,}25 < k < 16{,}25$ $\quad (k \in Z)$

$\Rightarrow k = -16; -15; \ldots; 15; 16.$

6. Hai nguồn phát âm kết hợp AB có tần số 580Hz. Khoảng cách AB = l = 2,6m. Vận tốc âm trong không khí là 348m/s.

Ở điểm M cách A 4,2m và cách B 5,7m âm nghe được thế nào?

Trên đoạn thẳng AB âm nghe được là cực đại ở những điểm nào?

Giải

Bước sóng của âm:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{348}{580} = 0{,}6\text{m}$$

$$d_1 = MA = 4{,}2\text{m};\ d_2 = MB = 5{,}7\text{m}$$

$$d_2 - d_1 = 1{,}5 = 5\frac{\lambda}{2}$$

Hiệu đường đi bằng một số lẻ nửa bước sóng. Vậy âm nghe được ở M có cường độ cực tiểu.

Các điểm trên AB có cường độ âm cực đại ứng với $|d_1 - d_2| = K\lambda$, K là số nguyên. Xét $d_1 - d_2 = K\lambda$

Thay: $d_2 = l - d_1$, ta có:

$$d_1 = \frac{K\lambda + 1}{2}$$ ứng với K = 0, 1, 2, 3, 4 ta lần lượt có:

$$d_1 = 1{,}25;\ 1{,}55;\ 1{,}85;\ 2{,}15;\ 2{,}45\ (\text{m})$$

Các bụng này ở trên nửa đoạn thẳng gần A.

$$d_1 = 0{,}05;\ 0{,}35;\ 0{,}65;\ 0{,}95;\ 1{,}25\ (\text{trùng})$$

Các bụng đều cách nhau $\frac{\lambda}{2} = 0{,}3$m.

Tóm lại trên AB ta có 9 bụng sóng, ở đó âm nghe được là cực đại.

7. Trong một thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 16cm dao động với tần số 15Hz và cùng pha. Tại một điểm M cách nguồn A và B những khoảng $d_1 = 19$cm; $d_2 = 21$cm, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB không có cực đại nào khác.

a) Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

b) Trên đoạn thẳng AB có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực tiểu, xác định vị trí các điểm đó.

Giải

a) Tính vận tốc truyền sóng v:

M dao động với biên độ cực đại nên: $d_2 - d_1 = k.\lambda$

Giữa M và đường trung trực của AB không có cực đại nào khác nên k = 1.

$\Rightarrow \lambda = d_2 - d_1 = 21 - 19 = 2$cm.

$v = \lambda.f = 2.15 = 30$m/s

b) Tìm vị trí điểm $N \in AB$, dao động với biên độ cực tiểu.

Ta có: $d_1 + d_2 = AB = 16$cm (1)

$$d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(k + \frac{1}{2}\right)2,\ \text{với } k\ \pi\ Z \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $d_1 = 8,5 + k$, với $k \in Z$

Mà: $0 < d_1 < 16 \Rightarrow 0 < 8,5 + k < 16$, với $k \in Z$

$\Rightarrow -8,5 < k < 7,5$ $(k \in Z)$

$\Rightarrow k = -8; -7; -6; ...; 7$. Vậy trên đoạn thẳng AB có 16 điểm dao động với biên độ cực tiểu. Vị trí của các điểm đó cách A: $d_1' = 0,5; 1,5; 2,5; ...; 15,5$cm.

8. Người ta gây ra trên mặt thoáng của một chậu nước hai dao động điều hòa cùng chu kì T = 0,024s, cùng pha, cùng biên độ 1cm; ở hai điểm A, B cách nhau 5cm. Biết vận tốc truyền sóng 0,80m/s.

a) Tính tần số, bước sóng và viết phương trình dao động của A và B.

b) Định quỹ đạo các điểm dao động với biên độ cực đại và cực tiểu.

c) Định vị trí các điểm đứng yên trên đoạn AB.

d) Định quỹ đạo các điểm cùng pha với A và B.

Giải

a) Tần số sóng: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,025} = 40\text{Hz}$

– Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0,80}{40} = 0,020\text{m} = 2,0\text{cm}$

– Phương trình dao động của điểm A và B:

$u = a\sin(2.\pi ft + \varphi)$; với: $a = 1\text{cm}$ và chọn $\varphi = 0 \Rightarrow u = 1\sin 80.\pi t$ (cm)

b) Đặt $MA = d_1$; $MB = d_2$

M dao động với biên độ cực tiểu:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |d_1 - d_2| = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(k - \frac{1}{2}\right)2 = (2k - 1) < 5; \text{với} : k \in Z \\ d_1 - d_2 \geq 5 \text{ (cm)} \end{cases}$$

Quỹ tích của M là họ hyperbol.

M dao động với biên độ cực đại. $|d_1 - d_2| = k.\lambda = 2k < AB = 5$

$\Rightarrow |d_2 - d_1| = 2k$; với $k = 0; 1; 2$

c) Vị trí những điểm đứng yên trên đoạn AB thỏa mãn:

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = (k + 1)\lambda = 2k + 1 \\ d_1 - d_2 = AB = 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow d_1 = k + 4$; $k \in Z$ với $0 \leq d_1 \leq 5 \Rightarrow -4 \leq k \leq 1$

$\Rightarrow k = -3; -2; -1; 0; 1$.

$d_1 = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ (cm)

d) Phương trình dao động tổng hợp tại điểm M:

$$u_M = 2a.\cos\pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda}\sin[2.\pi ft - \pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda}]$$

M dao động cùng pha với A khi:

$$\pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda} = k.2.\pi \text{ nếu } \cos\pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda} > 0; \text{ với } k \in \mathbb{N}$$

hoặc: $\pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda} + \pi = k2\pi$ nếu $\cos\pi\frac{(d_1 - d_2)}{\lambda} < 0$; với $k \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow d_1 + d_2 = 2k.\lambda$ $k \in \mathbb{N}$ và $|d_1 - d_2| < \frac{1}{2}.\lambda$.

hoặc: $d_1 + d_2 = (2k - 1)$ $k \in \mathbb{N}$ và $|d_1 - d_2| > \frac{1}{2}.\lambda$.

Tổng quát: $d_1 + d_2 = n.\lambda$ $k \in \mathbb{N}$.

Đây là một họ elip.

V. BÀI TẬP CÙNG DẠNG

1. Mũi nhọn của một âm thoa chạm nhẹ vào mặt nước yên lặng trong mộ bể lớn, âm thoa dao động với tần số 440Hz.

a) Gợn sóng do âm thoa tạo trên mặt nước có hình gì? Khoảng các giữa hai gợn sóng liên tiếp là 2mm. Tính vận tốc truyền sóng.

b) Gắn vào một trong hai nhánh của âm thoa một mẩu dây thép nh uốn thành hình chữ U có khối lượng không đáng kể. Đặt âm thoa sao ch hai đầu chữ U là A và B chạm nhẹ vào nước rồi cho âm thoa dao động Biết AB = 4cm. Hãy tính số gợn sóng quan sát được trên đoạn thẳng AB Coi biên độ sóng tại một điểm bất kỳ trên phương truyền sóng bằng biê độ dao động của nguồn sóng.

c) Gọi M_1 và M_2 là hai điểm trên mặt nước mà khoảng cách tới ha đầu chữ U lần lượt là:

$$M_1A = d_1 = 3,25\text{cm};\ M_1B = d_2 = 6,75\text{cm}$$

Và $M_2A = d'_1 = 3,3$cm; $M_2B = d'_2 = 6,7$cm.

Trạng thái dao động tại hai điểm đó so với trạng thái dao động ha đầu chữ U có gì đáng chú ý?

ĐS: a) v = 0,88 m/s; b) N = 38;

c) M_1 đứng yên và M_2 dao động ngược pha với AB.

2. Hai âm thoa nhỏ giống nhau được coi như hai nguồn phát sóng âm S và S_2 đặt cách nhau một khoảng $S_1S_2 = 16$cm, cũng phát một âm cơ bả tần số f = 420Hz. Hai nguồn S_1 và S_2 có cùng biên độ dao động a, cùn pha ban đầu. Vận tốc truyền âm trong không khí là v = 336 m/s.

a) Chứng minh rằng trên đoạn thẳng S_1S_2 có những điểm tại đó khôn nhận được âm thanh. Hãy xác định vị trí các điểm đó trên đoạn S_1S_2 (tr các điểm S_1 và S_2). Coi biên độ sóng âm tại một điểm bất kỳ trên phươn truyền sóng đều bằng biên độ a của nguồn.

b) Viết biểu thức của dao động âm tại trung điểm A của S_1S_2 và tại điểm A' trên S_1S_2 cách A một khoảng 20cm.

ĐS: a) $d_1 = 0,2; 0,6; ...; 15,8$ (m);

b) $u_A(t) = 2a\sin(840\pi t - 20\pi)$; $u_A = 0$.

Loại 5. SÓNG DỪNG

I. PHƯƠNG PHÁP

Chiều dài *l* của dây có sóng dừng:

1. Hai đầu cố định: $AB = l = n\frac{\lambda}{2}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

2. Một đầu cố định một đầu tự do:

$$AB = l = \frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

3. Tần số dây đàn: $f = \frac{nv}{2l}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

II. BÀI TẬP MẪU

1. Dây treo AB lơ lửng, đầu trên A gắn vào âm thoa dao động với tần số f = 100Hz, vận tốc truyền sóng trên dây là 4 m/s.

a) Chiều dài dây là 8cm, trên dây có sóng dừng không?

b) Chiều dài dây là 21cm, trên dây có sóng dừng không? Nếu có:

– Tìm số nút và số bụng sóng.

– Giả sử trên dây có 8 bụng sóng, lúc này tần số dao động của âm thoa là bao nhiêu?

Giải

a) Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{4}{100} = 0,04$ (m) = 4cm.

Điều kiện để có sóng dừng trên dây:

$$l = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \text{ với } (n \in \mathbb{N}).$$

$\Rightarrow l = n.2 + 1$ (1)

$\Rightarrow$ *l* phải là số nguyên lẻ.

Theo đầu bài *l* = 8cm không thỏa mãn công thức (1) nên không có sóng dừng trên dây.

b) Xét: l = 21cm ⇒ n = 10 trên dây có sóng dừng với 11 nút sóng và 11 bụng sóng (đã kể cả hai đầu).

Xét: l = 0,21m; n = 8 − 1 = 7

$$\Rightarrow 0{,}21 = 7\frac{v}{2.f'} + \frac{v}{4.f'} = 3{,}75\frac{v}{f'}$$

$$\Rightarrow f' = \frac{3{,}75.4}{0{,}21} = 71{,}4\text{Hz}.$$

2. Một dây đàn có chiều dài l = 0,5m. Biết vận tốc truyền sóng trên dây là v = 435 m/s.

a) Tính tần số âm cơ bản mà dây đàn phát ra.

b) Nếu đặt ngón tay vào điểm cách một đầu dây một khoảng bằng $\frac{l}{3}$ thì âm phát ra có tần số bằng bao nhiêu?

Giải

a) Hai đầu dây là những nút có sóng dừng có bước sóng lớn nhất bằng $2l$.

Sóng ấy ứng với âm cơ bản, có tần số $f = \frac{v}{\lambda} = 435\text{Hz}$.

b) Điểm đặt ngón tay trở thành nút:

$$l' = l - \frac{l}{3} = \frac{2l}{3}.$$

Vậy âm phát ra có tần số:

$$f' = \frac{v}{2l'} = 1{,}5.\left(\frac{v}{2l}\right) = 1{,}5f = 1{,}5.435 = 625{,}5\text{Hz}.$$

3. Một sóng dọc hình sin liên tục được phát ra dọc theo một lò xo ruột gà AB từ một nguồn dao động gắn vào lò xo tại A. Tần số của nguồn là 25Hz và khoảng cách giữa những điểm liên tiếp dao động với biên độ cực đại là 24cm.

a) Tìm tốc độ của sóng.

b) Nếu độ dịch chuyển dọc cực đại (biên độ sóng dừng) của một phần tử trong lò xo là 3,0mm, hãy viết phương trình dao động của điểm I chính giữa lò xo.

Giả sử nguồn ở tại vị trí A (x = 0) và độ dịch chuyển tại x = 0 khi t = 0 là bằng không? Chiều dài lò xo l = 60cm. Đầu A xem như cố định.

Giải

a) Tính tốc độ sóng v:

Ta có: λ = 2.24 = 48cm.

$v = \lambda.f = 48.25 = 12.10^2$ cm/s = 12 m/s.

b) Biên độ của sóng tới: $a = \frac{3,0}{2} = 1,5\text{mm}$.

– Phương trình dao động tại đầu A:

$$u_A = a\sin(2.\pi ft + \varphi)$$

– Do: $t = 0$, $u_A = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow u'_A = 1.5.\sin 50.\pi t$ (mm)

Phương trình dao động tại I ($x_I = \frac{60}{2} = 30\text{cm}$) khi sóng tới truyền qua:

$$u_{I+} = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{x_I}{\lambda})$$

$$u_{I+} = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{30}{48}) = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{5\pi}{4})\text{mm.}$$

– Phương trình dao động tại B khi sóng tới truyền qua:

$$u_{B+} = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{60}{48}) = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{5\pi}{2})\text{mm.}$$

– Phương trình dao động tại B khi sóng phản xạ:

$$u_B = 1,5.\sin(50\pi t - 2\pi\frac{5\pi}{2})\text{mm.}$$

– Phương trình dao động tại I khi sóng phản xạ truyền qua:

$$u_I = 1,5.\sin(50\pi t - \frac{5\pi}{2} - \frac{5\pi}{4}) = 1,5.\sin(50\pi t - \frac{15\pi}{4}).$$

– Phương trình dao động tổng hợp tại I:

$$u_{I+}u_I = 1,5.\sin(50\pi t - \frac{5\pi}{4}) = 1,5.\sin(50\pi t - \frac{15\pi}{4}).$$

$$u_I = 1,5.2.\cos\frac{5\pi}{4}.\sin(50\pi t - \frac{5\pi}{2})$$

$$u_I = -1,5\sqrt{2}\sin(50\pi t - \frac{5\pi}{2})\text{mm.}$$

4. Dao động từ một âm thoa 600Hz tạo ra một hệ sóng dừng trên một dây bị kẹp chặt ở cả hai đầu. Tốc độ sóng trên dây là 400 m/s. Sóng dừng có 4 múi và có biên độ cực đại 2,0mm.

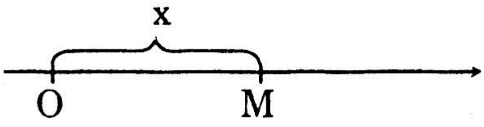
a) Chiều dài của dây là bao nhiêu?

b) Viết phương trình độ dời của dây theo hàm của vị trí và thời gian.

Giải

a) Chiều dài l của dây:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}\ (\text{m}).$$



$$l = 4.\frac{\lambda}{2} = \frac{2v}{f} = \frac{2.400}{600} = 1,33\text{m}.$$

b) Phương trình sóng tới: $u^+ = a\sin(2\pi f - \frac{2\pi x}{\lambda})$.

Phương trình sóng phản xạ: $u^- = a\sin(2\pi f - \frac{2\pi x}{\lambda})$.

Phương trình sóng cần tìm:

$$u = u^+ + u^-$$

$$u = a.[\sin(2\pi f - \frac{2\pi x}{\lambda}) + \sin(2\pi f + \frac{2\pi x}{\lambda})]$$

$$u = 2a\sin 2.\pi ft.\cos\frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Biên độ sóng dừng:

$$A = 2a = 2,0\ (\text{mm}).$$

$$u = 2\cos 3\pi x.\sin 1200\pi t.$$

5. Phương trình của một sóng ngang truyền theo một sợi dây:

$$u = 0,15\sin(0,79x - 13t)$$

trong đó, x tính ra mét và t ra giây.

a) Độ dời u_x tại x = 2,3m; t = 0,16s là bao nhiêu?

b) Viết phương trình của một sóng sao cho khi tổng hợp vào sóng đ cho sẽ tạo nên sóng dừng trên dây.

c) Tính độ dời của sóng dừng tổng hợp tại x = 2,3m; t = 0,16s.

Giải

a) Độ dời cần tìm:

$$u = 0,15\sin(0,79.2,3 - 13.0,16) \approx -0,039\ (\text{m}) = -3,9\ (\text{cm}).$$

b) Sóng cần tìm có cùng tần số, cùng biên độ, cùng bước sóng v truyền theo chiều ngược lại, nên phương trình sóng:

$$u_n = 0,15.\sin(0,79x + 13t).$$

c) Độ dời của sóng tổng hợp:

$$u = u + u_n = 0,15.2.\cos 13t.\sin(0,79x)$$

– Xét x = 2,3m; t = 0,16 (s)

$$u = 0,15.2.\cos 13(0,16).\sin 0,79.(2,3)$$

$$u = -0,14\text{m} = -14\text{cm}.$$

6. Xét sóng truyền trên dây đàn hồi từ nguồn O tới A với biên đ a = const, tần số f. Vận tốc truyền sóng là v. Biết A là giới hạn tự do. Xé điểm M cách A đoạn x. Hãy:

a) Thiết lập phương trình dao động tại M do sự tổng hợp của một són tới và một sóng phản xạ.

b) Chứng tỏ có một hệ thống sóng dừng trên OA.

c) Suy ra điều kiện để có sóng dừng trong thực tế khi các sóng phản xạ liên tiếp và có ma sát.

Giải

a) Thiết lập phương trình dao động tại M:

– Giả sử dao động của A khi sóng tới truyền đến: $u_A^+ = a.\sin 2\pi ft$.

– Sóng tới truyền tới M trước khi tới A nên phương trình dao động của M khi sóng tới truyền đến:

$$u_M^+ = a.\sin(2\pi ft + \frac{2\pi fx}{v})$$

– A tự do nên phương trình dao động của A khi có sóng tới phản xạ:

$$u_A = a.\sin 2\pi ft.$$

– Phương trình dao động của M khi sóng phản xạ từ A truyền đến:

$$u_M^- = a.\sin(2\pi ft - \frac{2\pi fx}{v}).$$

– Phương trình dao động của M khi cả hai sóng phản xạ và sóng tới truyền đến:

$$u_M = u_M^+ + u_M^-$$

$$u_M = a[\sin(2\pi ft + \frac{2\pi fx}{v}) + \sin(2\pi ft - \frac{2\pi fx}{v})]$$

$$u_M = 2a.\cos\frac{2\pi fx}{v}.\sin 2\pi ft.$$

b) Xét biên độ của M: $A = 2a\left|\cos\frac{2\pi fx}{v}\right|$

- $\cos\frac{2\pi fx}{v} = 0$

$$\Leftrightarrow x = \left(\frac{2n+1}{4}\right)\frac{v}{f} = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad (n \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow A = 0.$$

- $\cos\frac{2\pi fx}{v} = \pm 1$

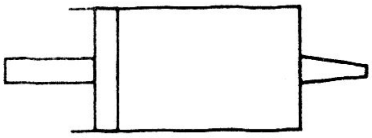
$$x = \frac{nv}{2f} = \frac{n\lambda}{2} \quad (n \in \mathbb{N}) \Leftrightarrow A = 2a.$$

Vậy trên đoạn dây OA có những điểm cách A một đoạn bằng một số nguyên lần nửa bước sóng dao động với biên độ cực đại (bụng). Những điểm N cách A một đoạn bằng số nguyên lẻ lần $\frac{1}{4}$ bước sóng sẽ đứng yên (nút). Vậy trên dây có sóng dừng.

c) Điều kiện để có sóng dừng là các sóng tới A phải cùng pha, các sóng phản xạ ở O phải cùng pha, nên A là bụng còn O là nút.

Chiều dài sợi dây: $l = (2n + 1)\dfrac{\lambda}{4}$ $(n \in \mathbb{N})$.

7. Để xác định vận tốc của âm trong không khí bằng phương pháp cộng hưởng âm, người ta dùng một ống hình trụ có pittông, một đầu ống đặt màng phát âm tần số 1500Hz (hình vẽ).



Pittông di động làm thay đổi độ dài của lớp không khí trong ống giữa máng phát âm và pittông.

a) Tìm vận tốc âm nếu khoảng cách giữa các vị trí kế tiếp nhau của pittông mà tại đó người ta nghe âm được rõ nhất (cộng hưởng) là $l_0 = 11{,}3$cm.

b) Khi dịch chuyển pittông để chiều dài cột khí là $l = 62{,}15$cm ta lại nghe âm to nhất. Tìm bụng sóng trong phần giữa ống.

Giải

a) Khoảng cách giữa hai vị trí kế tiếp nhau của pittông để âm nghe rõ nhất bằng $\dfrac{1}{2}\lambda$ nên:

$$\lambda = 2l_0 = 1.(11{,}3) = 22{,}6\text{cm}.$$

Vận tốc truyền sóng:

$$v = \lambda.f = 22{,}6.1500 = 339.10^2 \text{ cm/s} = 339 \text{ m/s}.$$

b) Khi có sóng dừng ổn định thì một đầu là nút một đầu là bụng:

Ta có: $l = n\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{\lambda}{4}$

$$\Rightarrow n = \frac{2l}{\lambda} - \frac{1}{2} = \frac{2.62{,}15}{22{,}6} - \frac{1}{2} = 5.$$

Vậy có 5 bụng sóng trong phần giữa ống và một bụng sóng ở vị trí màn loa.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Một dây dài 80cm phát ra một âm có tần số 100Hz. Quan sát trên dây, người ta thấy có 5 nút (gồm cả 2 nút ở hai đầu dây). Tính vận tốc truyền sóng trên dây.

A. 20 m/ s B. 32 m/s C. 40 m/s; D. 250 m/s.

2. Một màng ngăn đang dao động gây ra dao động mạnh tại miệng của một ống chứa không khí nằm ngang, trong ống chứa một lượng bột mịn. Nếu bột bị dồn thành từng cụm cách nhau 1cm và vận tốc âm thanh trong không khí là 330 m/s thì bước sóng của âm thanh này trong không khí là:

A. $\frac{1}{4}$ bước sóng B. $\frac{1}{2}$ bước sóng

C. 1cm D. 2cm.

3. Một màng ngăn đang dao động gây ra dao động mạnh tại miệng của một ống chứa không khí nằm ngang, trong ống chứa một lượng bột mịn. Nếu bột bị dồn thành từng cụm cách nhay 1cm và vận tốc âm thanh trong không khí là 330 m/s thì tần số âm thanh là, đơn vị dao động?

A. 165Hz B. 330Hz C. 8300Hz D. 16500Hz.

4. Một sợi dây đàn hồi có tần số dao động là 1000Hz. Nếu sợi dây đó dao động với tần số cao gấp đôi, sức căng của dây sẽ là:

A. gấp đôi B. gấp bốn

C. giảm $\frac{1}{2}$ giá trị ban đầu D. giảm $\frac{1}{4}$ giá trị ban đầu.

5. Một dây AB dài 90cm có đầu B thả tự do. Tạo ở đầu A một dao động điều hòa ngang có tần số 100Hz ta có sóng dừng trên dây có 4 múi sóng. Vận tốc truyền sóng trên dây có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 250 m/s; B. 0,4 m/s. C. 40 m/s; D. 45 m/s.

6. Một ống đàn organ cộng hưởng với tần số 50Hz, 150Hz, 250Hz, ... Thì chiếc ống :

A. đóng một đầu, mở một đầu và chiều dài là 1,7m.

B. mở hai đầu và chiều dài là 3,4m.

C. mở hai đầu và chiều dài là 6,8m.

D. mở hai đầu và chiều dài là 1,7m.

7. Hai âm có cùng độ cao là hai âm có:

A. cùng biên độ

B. cùng tần số

C. cùng bước sóng trong một môi trường

D. cùng vận tốc truyền sóng.

8. Khi ta gây ra dao động điều hòa ở O trong môi trường đàn hồi thì mọi điểm M trong môi trường sẽ có dao động điều hòa:

A. Cùng biên độ với dao động điều hòa ở O.

B. Cùng vận tốc với dao động tại O.

C. Cùng pha với dao động ở O.

D. Cùng chu kỳ với dao động ở O.

9. Một ống của đàn organ mở hai đầu và phát ra âm phản xạ với tần số 300Hz. Nếu đóng một đầu ống, âm phản xạ sẽ có tần số là:

A. 600Hz; B. 300Hz C. 150Hz; D. 75Hz.

10. Một dây đàn dài 45cm phát ra âm cơ bản có tần số 396Hz. Vận tốc truyền dao động trên dây đàn là:

A. 0,227 m/s; B. 89,1 m/s C. 356,4 m/s; D. 440 m/s.

11. Một cô gái làm phát ra một nốt khi thổi nhẹ vào một ống đàn organ. Nếu cô ta thổi mạnh hơn, sóng âm thanh có thể sẽ:

A. có biên độ lớn hơn B. có tần số cao hơn

C. di chuyển nhanh hơn D. có tần số thấp hơn.

12. Trong một buổi hòa nhạc, một nhạc công gãy nốt La$_3$ thì mọi người đều nghe được nốt La$_3$. Hiện tượng này có được gọi là do tính chất nào sau đây?

A. Do biên độ sóng không thay đổi.

B. Trong quá trình truyền sóng âm, năng lượng của sóng được bảo toàn.

C. Trong một môi trường, vận tốc truyền sóng âm có giá trị như nhau theo mọi hướng.

D. Khi sóng truyền qua, mọi phần tử của môi trường đều dao động với cùng tần số bằng tần số của nguồn.

13. Để biểu thị cảm giác nghe to, nhỏ của một âm người ta dùng một đại lượng gọi là mức cường độ âm xác định bởi hệ thức:

$$L(dB) = 10\lg\frac{I}{I_0}.$$

Trong đó I là cường độ âm còn I_0 là gì?

A. I_0 là cường độ âm chuẩn có giá trị tỉ lệ với tần số của âm.

B. I_0 là cường độ âm chuẩn có giá trị như nhau với mọi âm.

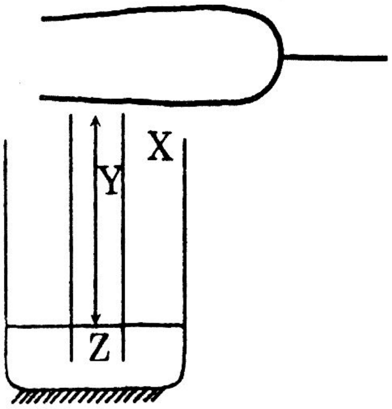
C. I_0 là cường độ tối thiểu của mỗi âm để tai có cảm giác.

D. I_0 là cường độ lớn nhất của mỗi âm gây cảm giác đau.

14. Khi vận tốc âm thanh trong không khí là 330 m/s thì cột không khí ngắn nhất, với một đầu bị nước chặn sẽ phản xạ lại với âm có tần số 440Hz. Độ dài của cột nước là:

A. 19cm B. 33cm C. 38cm D. 75cm.

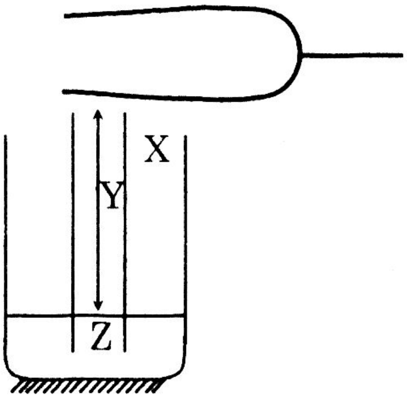
15. Một ống X có đường kính nhỏ được đổ nước như trong hình. Mực nước được điều chỉnh sao cho âm thanh được nghe là lớn nhất khi một âm thoa được đặt phía trên ống. Khi chiều dài phần ống ở trên mặt nước là Y và độ cao mực nước là Z. Bước sóng của âm thanh trong không khí khoảng:



A. 2Y; B. 4Y

C. 4Z; D. Y – Z.

16. Một ống X có đường kính nhỏ được đổ nước như trong hình. Mực nước được điều chỉnh sao cho âm thanh nghe được là lớn nhất khi một âm thoa được đặt phía trên ống. Khi chiều dài phần ống ở trên mặt nước là Y và độ cao mực nước là Z. Bước sóng trong nước là:



A. nhỏ hơn 2Z. B. giữa 2Y và 4Y

C. 4Y, D. lớn hơn 4Y.

17. Chọn câu sai trong các câu sau:

A. Sóng âm truyền được trong tất cả các môi trường.

B. Sóng âm có tần số lớn hơn 20000Hz gọi là siêu âm.

C. Sóng âm có mức cường độ âm lớn hơn 130 (db) tai người không nghe được.

D. Sóng âm và sóng cơ học có cùng bản chất vật lí.

18. Những điều phát biểu nào sau đây đúng cho sóng âm:

A. Tần số cao; B. Nhanh

C. Bước sóng dài; D. Sóng dọc.

19. Kết luận nào sau đây là sai khi nói về tính chất của sự truyền sóng trong môi trường.

A. Quá trình truyền sóng cũng là quá trình truyền năng lượng.

B. Sóng càng mạnh truyền đi càng nhanh.

C. Sóng truyền đi không mang theo vật chất của môi trường.

D. Các sóng âm có tần số khác nhau đều có cùng vận tốc truyền tới một môi trường.

20. Hai âm có cùng độ cao là hai âm có:

A. Cùng tần số

B. Cùng biên độ

C. Cùng bước sóng trong một môi trường

D. Cùng vận tốc.

V. ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1. Đáp án: C. 40 m/s.
2. Đáp án: D. 2cm.
3. Đáp án: A. 165Hz.
4. Đáp án: B. gấp bốn.
5. Đáp án: C. 40 m/s.
6. Đáp án: A. đóng một đầu, mở một đầu và chiều dài là 1,7m.

7. Đáp án: B. cùng tần số.

8. Đáp án: D. Cùng chu kì với dao động ở O.

9. Đáp án: C. 150Hz.

10. Đáp án: C. 356,4 m/s.

11. Đáp án: A. có biên độ lớn hơn.

12. Đáp án: D. Khi sóng truyền qua, mọi phần tử của môi trường đều dao động với cùng tần số bằng tần số của nguồn.

13. Đáp án: B. I_0 là cường độ âm chuẩn có giá trị như nhau với mọi âm.

14. Đáp án: A. 19cm.

15. Đáp án: B. 4Y.

16. Đáp án: D. lớn hơn 4Y.

17. Đáp án: A. Sóng âm truyền được trong tất cả các môi trường.

18. Đáp án: D. Sóng dọc.

19. Đáp án: B. Sóng càng mạnh truyền đi càng nhanh.

20. Đáp án: A. Cùng tần số.

VI. ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

1. Biết rằng một sóng dừng là kết quả của sự giao thoa giữa một sóng tới xác định bởi $x_1 = a_0\sin(\omega t + 2\pi y/\lambda)$ và một sóng phản xạ xác định bởi $x_2 = -a_0\sin(\omega t - 2\pi y/\lambda)$; trong đó x_1, x_2 là điểm trên phương truyền sóng cách nguồn một khoảng bằng y; λ là bước sóng. Hãy thiết lập biểu thức xác định sự phụ thuộc của biên độ dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2$ vào khoảng cách y, từ đó suy ra mối liên hệ giữa bước sóng và khoảng cách giữa hai bụng và giữa hai nút liền nhau, đồng thời giải thích tại sao sóng tổng hợp có tên sóng dừng.

(ĐH Bách khoa Hà Nội – 1998).

Giải

Phương trình dao động tổng hợp tại M khi cả hai sóng truyền đến:

$$x = x_1 + x_2$$

$$x = a_0\sin(\omega t + 2\pi\frac{y}{\lambda}) + a_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{y}{\lambda})$$

$$x = a_0[\sin(\omega t + 2\pi\frac{y}{\lambda}) - \sin(\omega t - 2\pi\frac{y}{\lambda})]$$

$$\Rightarrow x = 2a_0.\cos\frac{(\omega t + \frac{2\pi y}{\lambda}) + (\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda})}{2}.\sin\frac{(\omega t + \frac{2\pi y}{\lambda}) - (\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda})}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2a_0\cos\omega t.\sin\frac{2\pi y}{\lambda}.$$

Biên độ dao động tổng hợp: $A = \left|2a_0.\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\right|$

Xét vị trí các nút sóng dừng: $A = \left|2a_0.\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\right| = 0.$

$\Rightarrow \left|\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\right| = 0 = \sin k\pi \Rightarrow y = k\frac{\lambda}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$

Khoảng cách giữa hai nút sóng dừng liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$.

Xét vị trí các bụng sóng dừng: $A = \left|2a_0.\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\right| = 1$

$\Rightarrow \left|\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\right| = 1 = \sin(2k + 1)\pi/2 \Rightarrow y = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}\ (k \in \mathbb{Z}).$

Khoảng cách giữa hai bụng sóng dừng liên tiếp là $\frac{\lambda}{2}$.

Sóng tổng hợp có những vị trí không dao động, những vị trí dao động với biên độ cực đại và những vị trí dao động với biên độ trung gian nên có tên sóng dừng.

2. Một sợi dây mảnh AB, không giãn chiều dài l, đầu B cố định, đầu A dao động (hình vẽ). Phương trình dao động tại đầu A là: $u_A = U_0\sin\omega t$ với $\omega = 2\pi f$, u_A và U_0 là li độ và biên độ dao động (có phương dao động vuông góc với dây).

Viết phương trình dao động tại điểm M cách A một khoảng x do sự giao thoa của sóng tới và sóng phản xạ; biết rằng tốc độ truyền sóng trên dây là v. Coi biên độ dao động U_0 là không giảm trên dây, các điểm A, B xem là những điểm nút.

Tìm điều kiện để trên dây có sóng dừng.

Cho biết l = 1,2m; f = 100Hz; tốc độ truyền sóng trên dây là 40 m/s; biên độ dao động U_0 = 1,5cm.

Trên dây có sóng dừng không? Nếu có hãy xác định số các điểm nút và điểm bụng trên dây.

Xác định bề rộng của một bụng sóng và tốc độ dao động cực đại của bụng sóng.

Nếu muốn trên dây có 12 bụng sóng thì tần số f phải là bao nhiêu?

(Học Viện Quan hệ Quốc tế – 1999).

Giải

1) Tần số dao động: $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$

Bước sóng: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{v2\pi}{\omega}$.

Phương trình dao động tại M khi sóng từ A truyền tới có dạng:

$$u_{MA} = U_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}).$$

Phương trình dao động tại B khi sóng từ A truyền tới có dạng:

$$u_{B+} = U_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{l}{\lambda}).$$

Phương trình dao động tại B khi có sóng phản xạ:

$$u_{B-} = -U_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{l}{\lambda}).$$

Phương trình dao động tại M khi sóng từ B truyền tới có dạng:

$$u_{MB} = -U_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{l}{\lambda} - 2\pi\frac{l - x}{\lambda})$$

$$u_{MB} = -U_0\sin(\omega t - 4\pi\frac{l}{\lambda} + 2\pi\frac{x}{\lambda}).$$

Phương trình dao động tại M khi sóng từ A và B truyền đến:

$$u_M = u_{MA} + u_{MB} = U_0\sin(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}) - U_0\sin(\omega t - 4\pi\frac{l}{\lambda} + 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

$$u_M = 2U_0.\cos\frac{(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}) + (\omega t - \frac{4\pi l}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda})}{2}.\sin\frac{(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}) - (\omega t - \frac{4\pi l}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda})}{2}$$

$$\Rightarrow u_M = 2U_0.\cos(\omega t - 2\pi\frac{l}{\lambda}).\sin(2\pi\frac{l}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$\Rightarrow u_M = 2U_0.\sin2\pi(\frac{l}{\lambda} - \frac{x}{\lambda})\cos(\omega t - 2\pi\frac{l}{\lambda}).$$

Xét vị trí các nút sóng dừng: $A = \left|2U_0.\sin2\pi(\frac{l}{\lambda} - \frac{x}{\lambda})\right| = 0$

$$\Rightarrow \left|\sin2\pi(\frac{l}{\lambda} - \frac{x}{\lambda})\right| = 0 = \sin k\pi \Rightarrow 2\pi(\frac{l}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}) = k\pi.$$

$$\Rightarrow x = l - k\frac{\lambda}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Điều kiện để trên dây có sóng dừng với A là nút sóng:

$$\Rightarrow x = l - k\frac{\lambda}{2} = 0 \Rightarrow l = k\frac{\lambda}{2} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

2) Bước sóng: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40}{100} = 0{,}4m$.

a) Xét $l = 1{,}2m \Rightarrow 1{,}2 = k.0{,}2 \Rightarrow k = 6 \in \mathbb{N}$. Vậy trên dây có sóng dừng với 7 nút sóng và 6 bụng sóng dừng.

b) Bề rộng của một bụng sóng bằng $4U_0 = 4.1{,}5 = 6cm$.

Tốc độ dao động cực đại của bụng sóng:

$$(u')_{max} = 2U_0\omega = 2U_0 2\pi f = 2.1{,}5.2.3{,}14.100 = 1884 \text{ m/s}.$$

Nếu muốn trên dây có 12 bụng sóng thì: $1{,}2 = 12.\frac{\lambda}{2}$

$$\lambda = 0{,}2 \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{40}{0{,}2} = 200Hz.$$

3. Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng:

$$u = a.\sin bx.\cos\omega t \text{ (cm)}.$$

Trong đó u là li độ dao động tại thời điểm t của một phần tử trên dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc tọa độ O một khoảng x (x đo bằng mét, t đo bằng giây).

Cho biết bước sóng $\lambda = 0{,}40m$, tần số sóng $f = 50Hz$ và biên độ dao động của phần tử M cách một nút sóng 5cm có giá trị là 5mm.

Xác định a, b trong biểu thức trên.

Tính vận tốc truyền sóng trên dây.

Tính li độ u của một phần tử N cách O một khoảng ON = 50cm tại thời điểm t = 0,25s.

Tính vận tốc dao động của phần tử N nói ở câu trên tại thời điểm t = 0,2s.

(ĐH Ngoại thương Tp. Hồ Chí Minh – 2000)

Giải

Xác định a, b trong biểu thức: $u = a.\sin bx.\cos\omega t$ (cm).

Vị trí các nút sóng: $\sin bx = 0 \Rightarrow bx = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Khi $k = 0 \Rightarrow x = 0$. Vậy vị trí O là một nút sóng.

Khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp: $\frac{\pi}{b} = \frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{b} = \frac{0{,}4}{2} \Rightarrow b = 5\pi \text{ (m}^{-1}\text{)}.$$

Xét OM = x = 5cm = 0,05mm thì $a.\sin bx = 0{,}5mm$.

$\Rightarrow a.\sin 5\pi.0{,}05 = 0{,}5mm \Rightarrow a = 0{,}5\sqrt{2} \approx 0{,}71mm$.

Vận tốc truyền sóng trên dây: $v = \lambda.f = 0{,}4.50 = 20$ m/s.

Tính li độ u của một phần tử N cách O một khoảng ON = 50cm tại thời điểm t = 0,25s:

$$u = 0,5\sqrt{2}.\sin 5\pi.0,5.\cos 2\pi.50.0,25$$

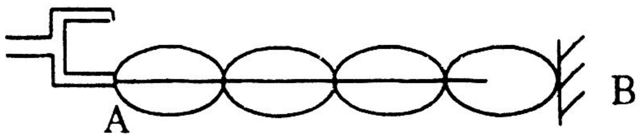
$$\Rightarrow u = 0,5\sqrt{2}.\sin 2,5\pi.\cos 25\pi = -0,5\sqrt{2} \approx -0,71\text{mm}.$$

Vận tốc dao động của phần tử N nói ở câu trên tại thời điểm t = 0,2s.

$$u' = -a\omega.\sin bx.\cos\omega t = -0,5\sqrt{2}.100\pi\sin 5\pi.0,5.\cos 2\pi.50.0,2$$

$$\Rightarrow u' = -50\pi\sqrt{2}.\sin 2,5\pi.\cos 20\pi = -50\pi\sqrt{2} = -222\ (\text{cm/s}).$$

4. Một sợi dây AB có đầu B gắn chặt và đầu A gắn vào một nhánh âm thoa có tần số dao động f như hình. Cho âm thoa dao động, ta quan sát thấy trên AB có 4 bụng sóng dừng, B là một nút và A ngay sát một nút sóng dừng.



a) Tìm bước sóng λ của sóng truyền trên dây. Cho AB = 20cm, f = 10Hz.

b) Tìm vận tốc truyền sóng trên dây.

Dùng hiện tượng sóng dừng để giải thích tại sao khi lên dây đàn, dây càng căng, tiếng càng thanh (âm cao).

(ĐH Kinh tế Quốc dân - 2000)

Giải

Tính bước sóng λ của sóng truyền trên dây.

Theo đầu bài quan sát thấy trên AB có 4 bụng sóng dừng:

$$AB = 4\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 20 = 2.\lambda \Rightarrow \lambda = 10\text{cm}.$$

Vận tốc truyền sóng trên dây:

$$v = \lambda.f = 10.10 = 100\ \text{cm/s} = 1\ \text{m/s}.$$

Trên dây đàn khoảng cách giữa hai dây đàn và ngựa đỡ không thay đổi. Khi dây rung phát ra âm cơ bản, trên dây có hai đầu gắn chặt, sóng dừng trên dây với một bụng sóng. Bước sóng λ = 2L = const. Khi lên dây đàn, dây càng căng, vận tốc truyền sóng tăng ($v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$). Khi đó tần số

$y = \frac{v}{\lambda}$ tăng, âm cao.

5. Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng:

$u = 2\sin\frac{\pi}{4}x\cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$cm, trong đó u là li độ tại thời điểm t của một phần tử M trên dây mà vị trí cân bằng của nó cách gốc một khoảng là x (x đo bằng cm; t đo bằng giây).

Tính vận tốc truyền sóng dọc theo dây.

Xác định vị trí của những điểm trên dây có biên độ 1cm.

(ĐH Ngoại thương – 2001)

Giải

Tính vận tốc truyền sóng dọc theo dây.

Vị trí các nút sóng: $\sin\frac{\pi}{4}x = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4}x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Khi $t = 0 \Rightarrow x = 0$. Vậy vị trí O là một nút sóng.

Khoảng cách giữa hai nút sóng liên tiếp: $4 = \frac{\lambda}{2}$

$$\lambda = 8\text{cm}.$$

Tần số sóng: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{Hz}$.

Vận tốc truyền sóng trên dây: $v = \lambda.f = 8.10 = 80$ cm/s.

Xác định vị trí của những điểm trên có biên độ 1cm.

$$\left|2\sin\frac{\pi}{4}x\right| = 1 \Rightarrow \left|\sin\frac{\pi}{4}x\right| = 0{,}5.$$

- Xét $\sin\frac{\pi}{4}x = 0{,}5 = \sin\frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{4}x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \\ \frac{\pi}{4}x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} + 8k \ (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{10}{3} + 8k \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

- Xét $\sin\frac{\pi}{4}x = -0{,}5 = \sin\frac{-\pi}{6}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{4}x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \\ \frac{\pi}{4}x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} + 8k \ (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{14}{3} + 8k \ (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

6. Một sợi dây đàn hồi AB được căng theo phương ngang, đầu A cố định, đầu B được rung nhờ một dụng cụ để tạo thành sóng dừng trên dây.

a) Hãy giải thích sự tạo thành sóng dừng trên dây (không yêu cầu vẽ chi tiết dạng sóng ở từng thời điểm).

b) Biết tần số rung là 100Hz và khoảng cách giữa 5 nút sóng liên tiếp là l = 1m. Tính vận tốc truyền sóng trên dây.

(CĐSP Phú Thọ – 2003).

Giải

Sóng truyền từ B đến A sẽ phản xạ ở A rồi truyền từ A về B, sóng phản xạ ở B truyền từ B đến A, nghĩa là có nhiều sóng truyền từ B đến A và có nhiều sóng truyền từ A đến B, các sóng này có cùng tần số. Trong điều kiện thích hợp các sóng truyền theo một chiều cùng pha, khi đó xem như trên dây có hai sóng là sóng tới và sóng phản xạ. Hai sóng kết hợp trên giao thoa với nhau tạo thành sóng dừng trên dây. Điều kiện để có sóng dừng trên dây: A là một nút sóng dừng B rất gần với nút sóng nghĩa là $AB = n\frac{\lambda}{2}$.

Tính bước sóng λ của sóng truyền trên dây.

Theo đầu bài quan sát thấy trên 1m dây có 4 bụng sóng dừng:

$$l = 4\frac{\lambda}{2} \Rightarrow l = 2.\lambda \Rightarrow \lambda = 0{,}5\text{m}.$$

Vận tốc truyền sóng trên dây.

$$v = \lambda.f = 0{,}5.100 = 50 \text{ m/s}.$$

7. Hai loa phóng thanh đặt trên sân khấu của một thính sảnh. Một thính giả ngồi cách loa này 60cm và loa kia 64cm. Một máy phát tín hiệu điều khiển cho hai loa phát cùng pha, cùng biên độ và cùng tần số. Vận tốc truyền âm trong không khí v = 332 m/s.

a) Hỏi ba tần số thấp nhất mà thính giả nghe nhỏ nhất do giao thoa dập tắt là bao nhiêu?

b) Hỏi ba tần số thấp nhất mà thính giả nghe to nhất là bao nhiêu?

Giải

Vị trí thính giả nghe nhỏ nhất do giao thoa dập tắt thỏa mãn công thức:

$$d_2 - d_1 = (2k + 1)\lambda/2 = \frac{(2k + 1)v}{2f}$$

$$\Rightarrow 64 - 60 = \frac{(2k + 1)332}{2f} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow f = 41{,}5(2k + 1) \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Mặt khác âm nghe được nên: $20\text{Hz} \le f \le 20000\text{Hz}$

$$\Rightarrow 20\text{Hz} \le f = 41{,}5(2k + 1) \le 20000\text{Hz} \ (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\ge -0{,}289 \le k \le 240{,}46 \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy ba tần số thấp nhất mà thính giả nghe nhỏ nhất là:

41,5Hz; 124,5Hz; 207,5Hz.

Vị trí thính giả nghe nhỏ nhất do giao thoa dập tắt thỏa mãn công thức:

$$d_2 - d_1 = k\lambda = \frac{kv}{f} \Rightarrow 64 - 60 = \frac{k332}{f} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\Rightarrow f = 83k \ (k \in \mathbb{Z}).$$

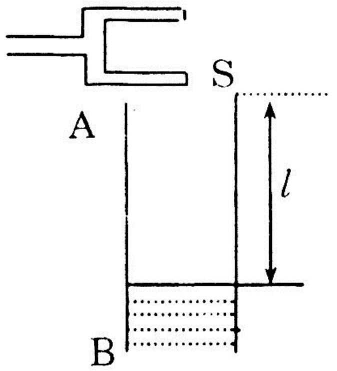
Mặt khác âm nghe được nên: $20Hz \le f \le 20000Hz$

$\Rightarrow 20Hz \le f = 83k \le 20000Hz$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$\ge 0,24 \le k \le 240,94$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Vậy ba tần số thấp nhất mà thính giả nghe to nhất là: 83Hz; 166Hz; 249Hz.

8. Một âm thoa đặt trên miệng của một ống khí hình trụ AB, chiều dài l của ống có thể thay đổi được nhờ dịch chuyển mực nước ở đầu B (H. vẽ). Khi âm thoa dao động nó phát ra một âm cơ bản, ta thấy trong ống khí có một sóng dừng ổn định.



a) Hãy giải thích hiện tượng trên.

b) Khi chiều dài ống thích hợp ngắn nhất $l_0 = 13cm$ thì âm là to nhất. Tìm tần số dao động của âm thoa, biết rằng với ống khí này đầu B kín là một nút sóng, đầu A hở là một bụng sóng. Vận tốc truyền âm là 340 m/s.

c) Khi dịch chuyển mực nước ở đầu B để cho chiều dài $l = 65cm$ ta lại nghe âm là to nhất (lại có cộng hưởng âm). Tìm số bụng sóng trong phần ở giữa hai đầu A, B của ống. Một dao động có chu kỳ $T = 0,005s$ sinh ra trong nước một sóng âm có bước sóng $\lambda = 7,175m$. Tính vận tốc âm trong nước.

Giải

a) Khoảng cách giữa hai vị trí kế tiếp nhau của pittông để âm nghe rõ nhất bằng $\frac{1}{2}\lambda$ nên:

$$\lambda = 2l_0 = 2.(11,3) = 22,6cm.$$

Vận tốc truyền sóng:

$$v = \lambda.f = 22,6.1500 = 339.10^2 \text{ cm/s} = 339 \text{ m/s}.$$

b) Khi có sóng dừng ổn định thì hai đầu là nút một đầu là bụng:

$$l = n.\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow n = \frac{2l}{\lambda} - \frac{1}{2} = \frac{2.62,15}{22,6} - \frac{1}{2} = 5.$$

Vậy có 5 bụng sóng trong phần giữa ống và một bụng sóng ở vị trí màn loa.

9. Một cái loa được coi như mọt nguồn âm điểm. Tại điểm A cách loa 1m mức cường độ âm là 70dB. Một người đứng cách loa từ 100m trở lên thì không nghe thấy âm của loa nữa. Hãy tính ngưỡng nghe của người đó. Biết cường độ âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Giải

Cường độ âm tại A cách loa 1m là I_A, ta có: $L_A = 10\lg\frac{I_A}{I_0} = 70dB$.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9724852. Fax: (04) 9714899

* * *

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: NGUYỄN BÁ THÀNH

Biên tập: NGUYỄN THỦY

Sửa bài: PHƯƠNG THẢO

Chế bản: Nhà Sách HỒNG ÂN

Trình bày bìa: VÕ THỊ THỪA

Đơn vị / Người liên kết xuất bản:
Nhà sách HỒNG ÂN

GIẢI TOÁN TỰ LUẬN VÀ TRẮC NGHIỆM DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

Mã số: 1L-114ĐH2008.
In 2.000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ti TNHH In Bao Bì Phong Tân - TP. Hồ Chí Minh.
Giấp phép xuất bản số: 326-2008/CXB/07–62/ĐHQGHN, ngày 17/04/2008.
Quyết định xuất bản số: 114 LK/XB.
In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2008.